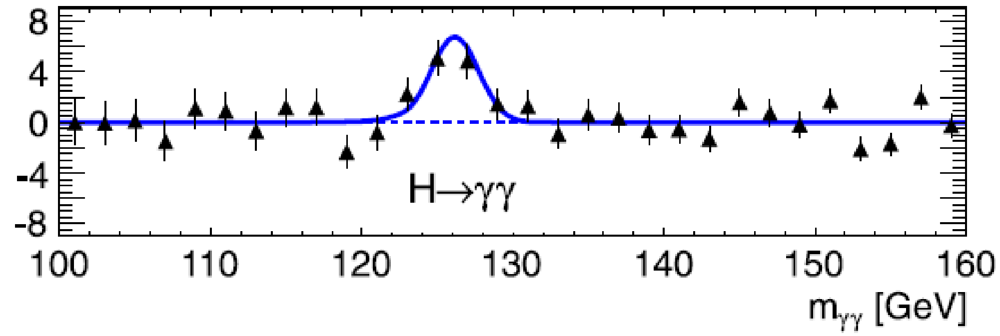
YBS514
Mühendislikte İstatistik Yöntemler

Bölüm 3

Merkezi Eğilim ve Değişkenlik Ölçüleri



http://www1.gantep.edu.tr/~bingul/stat

Gaziantep Üniversitesi

Yönetim Bilişim Sistemleri

Tezsiz Yüksek Lisans Programı

Ekim 2020

Anahtar Kavramlar

- Anakütle ya da örneklemde yer alan verilerin sadece grafiklerle sunulması genellikle yeterli olmaz.
- Gözlemlenen değerler kümesinin özetlenmesi, merkezinin ve verilerin dağılım merkezi etrafında nasıl değiştiğinin betimlemesine ihtiyaç duyulur.

Merkezi Eğilim Ölçüleri = Ortalamalar

- Duyarlı ortalamalar (aritmetik, geometrik, harmonik)
- Duyarlı olmayan ortalamalar (medyan, mod)
- Simetri durumuna göre ortalamalar

Değişkenlik Ölçüleri (merkez etrafında dağılım)

- Değişim aralığı
- Varyans ve Standart sapma
- Değişim Katsayısı

ORTALAMALAR

Aritmetik Ortlama

- n tane sayının (x_1, x_2, ..., x_n) aritmetik ortalaması şöyledir:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

- Bu kolay ve en çok kullanılan ortalama şeklidir.

Aritmetik Ortlama

Örnek: 6 öğrencinin kayıtlı olduğu bir seçmeli derste alınan final notları aşağıdaki gibidir. Not = {30 40 50 60 70 80}

Buna göre öğrencilerin final notlarının aritmetik ortalaması:

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{6} x_i}{6} = \frac{30+40+50+60+70+80}{6} = \frac{330}{6} = 55$$

Örnek: Bir sıvının g/cm^3 cinsinden yoğunluğu 10 kez ölçülmüş ve aşağıdaki küme elde edilmiştir.

$$d = \{1.10,\ 1.12,\ 1.09,\ 1.09,\ 1.07,\ 1.14,\ 1.11,\ 1.16,\ 1.07,\ 1.08\}$$

Buna göre aritmetik ortalama:

$$\bar{x} = (1.10 + 1.12 + 1.09 + 1.09 + 1.07 + 1.14 + 1.11 + 1.16 + 1.07 + 1.08)/10 = 1.103 \text{ g/cm}^3$$

Frekans Serisinde Aritmetik Ortalama

Bir frekans serisinin aritmetik ortalaması:

$$\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \ldots + x_k f_k}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i f_i}{n}$$

Burada

$$n = \sum_{i=1}^{k} f_i$$

n = frekansların toplamı

x_i	f_i	$x_i f_i$
x_1	f_1	$x_1 f_1$
x_2	f_2	$x_2 f_2$
x_3	f_3	$x_3 f_3$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
x_k	f_k	$x_k f_k$
	$n = \sum_{i=1}^{k} f_i$	$\sum_{i=1}^{k} x_i f_i$

Frekans Serisinde Aritmetik Ortalama

Örnek: Bir ampul fabrikasında rassal olarak seçilen 20 ampülün ömrü ölçülmüştür ve aşadaki tabloda verilmiştir.

Buna göre ampüllerin Ortalama ömrü nedir?

Ampul Ömrü (ay)	Ampul Sayısı
10	3
20	5
30	8
40	3
50	1

Ampüllerin ortalama ömrü:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i f_i}{n} = \frac{540}{20} = 27$$

```
x           f        x*f
10          3         30
20          5        100
30          8        240
40          3        120
50          1         50
--------------------------
Toplam     20        540
```

Gruplandırılmış Seride Aritmetik Ortalama

Bu durumda aritmetik ortalama:

$$\bar{x} = \frac{m_1 f_1 + m_2 f_2 + \ldots + m_k f_k}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{k} m_i f_i}{n}$$

Burada:

k = grup sayısı

n = frekansların toplamı $n = \sum_{i=1}^{k} f_i$

m = sınıf aralığının orta noktasını

Gruplandırılmış Seride Aritmetik Ortalama

Örnek: *Yüksek lisans yeni mezunlarından 40'ının aylık gelirleri aşağıdaki gibidir. Bu örneklem değerlerine göre ortalama aylık geliri belirleyiniz.*

Aylık gelir (TL)	Mezun sayısı
1000-2000	6
2000-3000	10
3000-4000	15
4000-5000	7
5000-6000	2
Toplam:	40

Gruplandırılmış Seride Aritmetik Ortalama

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} m_i f_i}{n} = \frac{129000}{40} = 3225$$

Aylık gelir (TL)	f	m	m*f
1000-2000	6	1500	9000
2000-3000	10	2500	25000
3000-4000	15	3500	52500
4000-5000	7	4500	31500
5000-6000	2	5500	11000
Toplam:	40	-	129000

Tartılı (Ağırlıklı) Aritmetik Ortalama

Bazen gözlem değerlerinin tümü aynı öneme sahip olmayıp temsil ettikleri değer bakımından farklılık gösterebilirler. Bu durumda, gözlem değerleri tartılandırılır, diğer bir ifadeyle ağırlğk verilir. Gözlem değerleri bu ağırlğklarla çarpıldıktan sonra tartılı aritmetik ortalama hesaplanır.

Örnek: Bir öğrencinin bir sınavdan aldığı vize notları notu 58 ve 69, final notu 78'dir. Vize ağırlıkları %60 finalin ağırlığı %40 ise: Öğrencinin ortalaması:

((58 + 69)/2)*0.6 + (78)*0.4 = **69.3**

Burada 0.6 ve 0.4 ağırlıklardır.

Tartılı (Ağırlıklı) Aritmetik Ortalama

Genel formül:

$$\bar{x}_t = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i t_i}{\sum_{i=1}^{k} t_i}$$

x_i	t_i	$x_i t_i$
x_1	t_1	$x_1 t_1$
x_2	t_2	$x_2 t_2$
x_3	t_3	$x_3 t_3$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
x_k	t_k	$x_k t_k$
	$\sum_{i=1}^{k} t_i$	$\sum_{i=1}^{k} x_i t_i$

Burada

t = ağırlık

Frekans SerilerindeTartılı A. Ortalama

Genel formül:

$$\bar{x}_t = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i t_i f_i}{\sum_{i=1}^{k} t_i f_i}$$

x_i	t_i	f_i	$t_i f_i$	$x_i t_i f_i$
x_1	t_1	f_1	$t_1 f_1$	$x_1 t_1 f_1$
x_2	t_2	f_2	$t_2 f_2$	$x_2 t_2 f_2$
x_3	t_3	f_3	$t_3 f_3$	$x_3 t_3 f_3$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
x_k	t_k	f_k	$t_k f_k$	$x_k t_k f_k$
		$n = \sum_{i=1}^{k} f_i$	$\sum_{i=1}^{k} t_i f_i$	$\sum_{i=1}^{k} x_i t_i f_i$

Burada

t = ağırlık

$$n = \sum_{i=1}^{k} f_i$$

Frekans SerilerindeTartılı A. Ortalama

Örnek: Bir işletmede çalışanlar iş tecrübelerine göre ücretlendirilmektedirler. Aşağıdaki tabloda iş tecrübesine göre ücret verisi yer almaktadır. Bu veri setine göre ücretlerin tartılı aritmetik ortalamasını bulunuz.

Günlük Ücret (₺)	İşçi sayısı	İş Tecrübesi (Yıl)
10	10	2
20	8	4
30	5	5
40	1	8

Frekans SerilerindeTartılı A. Ortalama

Örnek -davam:

Günlük Ücret (₺) x_i	İşçi sayısı f_i	İş Tecrübesi (Yıl) t_i	$t_i f_i$	$x_i t_i f_i$
10	10	2	20	200
20	8	4	32	640
30	5	5	25	750
40	1	8	8	320
Toplam			$\sum_{i=1}^{k} t_i f_i = 85$	$\sum_{i=1}^{k} x_i t_i f_i = 1910$

$$\overline{x}_t = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i t_i f_i}{\sum_{i=1}^{k} t_i f_i} = \frac{1910}{85} = 22.47$$

Gruplandırılmış SerideTartılı A. Ortalama

Genel formül:

$$\bar{x}_t = \frac{\sum_{i=1}^{k} m_i t_i f_i}{\sum_{i=1}^{k} t_i f_i}$$

Burada

t = ağırlık

k = grup sayısı

n = frekansların toplamı

m = sınıf aralığının orta noktasını

Aritmetik Ortalama Genel Özellikler

1. Toplam: $\sum x_i = n \, . \, \bar{x}$

2. Fark: $\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x}) = 0$

$$F = \sum_{i=1}^{n} x_i - \sum_{i=1}^{n} \bar{x}$$

$$F = \sum_{i=1}^{n} x_i - \bar{x} \sum_{i=1}^{n} 1 \longrightarrow F = \sum_{i=1}^{n} x_i - \bar{x}\, n = 0$$

3. Gözlem değerlerinin aritmetik ortalamadan sapmalarının karelerinin toplamı minimumdur.

Yani: $\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2$ değeri minimumdur.

Kareli Ortalama

Kareli ortalama

$$K = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n}}$$

şeklinde tanımlıdır.

Kareli Ortalama

Örnek: Aşağıdaki sayıların kareli ortalamasını hesaplayın:

3 6 10 15 22

x_i	x_i^2
3	9
6	36
10	100
15	225
22	484
	$\sum x_i^2 = 854$

$$K = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n}} = \sqrt{\frac{854}{5}} = 13.07$$

Not:

Aritmetik ortalama = 11.2

Kareli ortalama > Aritmetik ortalama

Serilerde Kareli Ortalama

Frekans serisi: $$K = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 f_i}{n}}$$

Gruplandırılmış seri: $$K = \sqrt{\frac{\sum m_i^2 f_i}{n}}$$

Serilerde Kareli Ortalama

Örnek: *Aşağıdaki serinin kareli ortalamasını hesaplayın.*

Sınıflar	f_i	m_i	m_i^2	$m_i^2 f_i$
0-10	2	5	25	50
10-20	5	15	225	1125
20-30	10	25	625	6250
30-40	8	35	1225	9800
40-50	5	45	2025	10125
Toplam	n=30		$\sum_{i=1}^{k} m_i^2 f_i = 27350$	

$$K = \sqrt{\frac{\sum m_i^2 f_i}{n}} = \sqrt{\frac{27350}{30}} = \sqrt{911.67} = 30.19$$

Duyarlı Olmayan Ortalamalar

Elemanları küçükten büyüğe doğru sıralanmış bir küme düşünelim. Buna göre:

Medyan (ortanca): küme ortasındaki sayı

Mod: kümedeki en çok tekrar eden sayı

Örnek:

A = {3, 4, 4, 5, 6, 8, 8, 8, 10} => medyan = 6, mod = 8.

B = {5, 6, 7, 9, 11,12,18,18} => medyan=(9+11)/2=10, mod=18

C = {2, 2, 5, 9, 9, 9, 10, 10, 11,12,18} => mod is 9 (*unimodal*)

D = {2, 3, 4, 4, 4, 5, 7, 7, 7, 9} => mod 4 and 7 (*bimodal*)

E = {1, 2, 3, 8, 9, 10, 12, 14, 18} => mod bilinmiyor

Varyans ve Standart Sapma

- Gözlem değerlerinin aritmetik ortalamadan sapmaları dikkate alınarak farklı değişkenlik ölçüleri geliştirilebilir.

- İlk akla gelen ortalama sapmadır, ancak gözlemlerin aritmetik ortalamadan sapmalarının her zaman sıfıra eflit olduğu daha önce verilmişti. $$\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}) = 0$$

- Bu sorunu ortadan kaldırmak için gözlemlerin aritmetik ortalamadan olan sapmalarının karelerinin toplamının gözlem sayısına oranı değişkenlik ölçüsü olarak yorumlanabilir. $$\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \neq 0$$

- Bu ölçü varyans olarak adlandırılır. Varyansın karekökü standart sapmadır.

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n-1} \qquad s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n-1}}$$

Neden n-1'e Bölüyoruz?

Think of the whole equation as the average amount of variation. If this is truly what the equation is measuring then it should be (total amount of variation)/(number of things that can vary). Since the average i.e. mean is always Total/(Number of things).

Look at the numerator and the denominator in the sample variance equation. Is the following true?

-The numerator is a measure of the total amount of variation
-The denominator is the amount of things that are able to vary.

Yes. Why!? I mean surely there are **n** things that can vary about xbar i.e. the sample mean. Well actually no there aren't. There are **N** things that can vary about the population mean but only **n-1** that can vary about the sample mean. Here's an example of why this is so:

Say you have 3 data points.
- You calculate the sample mean and it comes out to be 2.
- The first data point could be anything, let's say it is 1.
- The second data point could be anything, let's say it is 3.
- What can they second data point be? It absolutely MUST be 2. <u>It is not free to vary</u> - the sum of the three scores must be 6 or else the sample mean is not 2.

Knowing **n-1** scores and the sample mean uniquely determines the last score so it is NOT free to vary. This is why we only have "**n-1**" things that can vary. So the average variation is **(total variation)/(n-1)**.

Varyans ve Standart Sapma

Örnek: A = {55 62 68 72 75 80 83 85}

kümesinin ortalamasını ve standart sapmasını bulun:

<x> = 72.5

$s^2 = 95.75$

$s = 9.79$

55	-17.5	306.25
62	-10.5	110.25
68	-4.5	20.25
72	-0.5	0.25
75	2.5	6.25
80	7.5	56.25
83	10.5	110.25
85	12.5	156.25
$\sum x_{i=}$ 580		$\sum (x_i - \mu)=$ 766

Frekans Serilerinde Standart Sapma

- Varyans:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i \left(x_i - \overline{x} \right)^2}{n-1}$$

- Standart sapma:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} f_i \left(x_i - \overline{x} \right)^2}{n-1}}$$

Frekans Serilerinde Standart Sapma

Örnek: Aşağıdaki tabloda 5 farklı mühendislik bölümünden rassal olarak seçilen öğrenciler için mezuniyet puanı ortalaması ve mezun olan öğrenci sayıları verilmiştir. Buna göre mühendislikten mezun olan öğrencilerin mezuniyet puanlarının standart sapması nedir?

Bölümler	Mezuniyet Puanı Ortalaması	Mezun Olan Öğrenci Sayısı
Endüstri	2.88	58
Elektrik-Elektronik	2.76	32
Bilgisayar	2.82	30
Kimya	2.70	46
Çevre	2.80	45

Çözüm:

Bölümler	Mezuniyet Puanı Ortalaması x_i	Mezun Öğrenci Sayısı f_i	$f_i x_i$	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$f_i(x_i - \bar{x})^2$
Endüstri	2.88	58	167.04	0.08	0.0064	0.3712
Elektrik-Elektronik	2.76	32	88.32	-0.04	0.0016	0.0512
Bilgisayar	2.82	30	84.6	0.02	0.0004	0.012
Kimya	2.70	46	124.2	-0.1	0.01	0.46
Çevre	2.80	45	126	0	0	0
Toplam		n= 211	590.16			0.8944

$$\bar{x}_t = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i x_i}{n} = \frac{590.16}{211} = 2.797 \approx 2.8$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} f_i \left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{0.8944}{210}} = 0.065$$

Gruplandırılmış Seride Standart Sapma

- Varyans:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i \left(m_i - \overline{x}\right)^2}{n-1}$$

- Standart sapma:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} f_i \left(m_i - \overline{x}\right)^2}{n-1}}$$

Gruplandırılmış Seride Standart Sapma

Örnek: *Bir havaalanına gelen uçaklardan 100 birimlik bir örneklem seçilerek hava ulaşımındaki gecikmeler incelenmiştir. Uçakların gecikme süreleri aşağıdaki tabloda verilmiştir. Uçuşlar için gecikme sürelerine ilişkin varyansı ve standart sapmayı hesaplayınız.*

Uçakların gecikme süresi (dk.)	Uçak sayısı
0-10	29
10-20	23
20-30	17
30-40	14
40-50	11
50-60	6

Uçakların Gecikme süresi (dk.)	Uçak sayısı f_i	Sınıf Orta Değeri m_i	$m_i f_i$	$(m_i - \bar{x})$	$(m_i - \bar{x})^2$	$f_i(m_i - \bar{x})^2$
0-10	29	5	145	-17.3	299.29	8679.41
10-20	23	15	345	-7.3	53.29	1225.67
20-30	17	25	425	2.7	7.29	123.93
30-40	14	35	490	12.7	161.29	2258.06
40-50	11	45	495	22.7	515.29	5668.19
50-60	6	55	330	32.7	1069.29	6415.74
Toplam	n= 100		2230			24371

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} m_i f_i}{\text{n}} = \frac{2230}{100} = 22.30$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i \left(m_i - \bar{x}\right)^2}{n-1} = \frac{24371}{99} = 246.17$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} f_i \left(m_i - \bar{x}\right)^2}{n-1}} = \sqrt{246.17} = 15.69$$

Değişim Katsayısı

- Tanım: $$\text{D.K.} = \frac{s}{\bar{x}}.100$$

Örnek: aşağıdaki serilerin D.K. Bulun:

x_i	y_i
4	3
7	7
11	15
15	16
18	20

Çözüm:

$\bar{x} = 11 \qquad s_x = 5.7$

$\bar{y} = 12.2 \qquad s_y = 6.98$

$$\text{D.K.}(x) = \frac{s_x}{\bar{x}}.100 = \frac{5.7}{11}.100 = \%51.82$$

$$\text{D.K.}(y) = \frac{s_y}{\bar{y}}.100 = \frac{6.98}{12.2}.100 = \%57.21$$

Buna göre *y* serisinin değişkenliği daha fazladır!

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

Örnek 1

n çok büyük olduğunda, kareli ortalaması 12, artitmetik ortalaması 8 olduğu bilinen bir verinin varyansı nedir?

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \approx \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$$

$$s^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i^2 + \bar{x}^2 - 2x_i\bar{x}) = \frac{\sum x_i^2}{n} + \frac{\sum \bar{x}^2}{n} - 2\bar{x}\frac{\sum x_i}{n}$$

$$= \frac{\sum x_i^2}{n} + \bar{x}^2\frac{\sum 1}{n} - 2\bar{x}\frac{\sum x_i}{n}$$

$$= K^2 + \bar{x}^2 - 2\bar{x}.\bar{x}$$

$$s^2 = K^2 - \bar{x}^2$$

$$s^2 = 12^2 - 8^2 = 80$$

Örnek 2

Bir bilgisayar programının çalışma süreleri aşağıda verilmiştir.

T = {358,353,357,359,362,364,358,361,360,355}

Bu verinin

(a) Aritmetik ortalamasını

(b) Kareli ortalamasını

(c) Geometrik ortalamasını

(d) Medyanını

(e) Modunu

(f) Varyansını

(g) Standart sapmasını

(h) Değişim katsayısını

hesaplayın.

Örnek 2 - devam

Orijinal küme:

T = {358, 353, 357, 359, 362, 364, 358, 361, 360, 355}

Küme elemanları küçükten büyüğe doğru sıralandığında:

T = {353, 355, 357, 358, 358, 359, 360, 361, 362, 364}

(a) A.O: $$< x > = \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{353 + 357 + \cdots}{10} = \frac{3587}{10} = 358.70\,\mathrm{s}$$

(b) K.O: $$K = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n}} = \sqrt{\frac{353^2 + 357^2 + \cdots}{10}} = \sqrt{\frac{1286753}{10}} = 358.71\,\mathrm{s}$$

(c): G.O: $$G = \left(\prod_{i=1}^{n} x_i\right)^{1/n} = (353 * 357 * \cdots)^{1/10} = 358.69\,\mathrm{s}$$

Örnek 2 - devam

T = {353, 355, 357, 358, 358, 359, 360, 361, 362, 364}

(d) Medyan : (358 + 359)/2 = 358.50 s

(e) Mod : 358 s

(f) Varyans:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{(353-358.7)^2 + (357-358.7)^2 + \cdots}{10-1} = 10.678$$

(g) Standard sapma: $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{10.678} = 3.27\,\mathrm{s}$

(h) $D.K = \frac{s}{<x>}100 = \frac{3.27}{358.7} = \%\,0.9$

Örnek 2 - devam

T = {353, 355, 357, 358, 358, 359, 360, 361, 362, 364}

EXCEL	Octave veya Matlab
ORTALAMA()	mean(T)
STD.SAPMA()	std(T)
BAĞ_DEĞ_SAY()	length(T)

fonksiyonların kullanımı.

Örnek 3

Bir fabrikada 80 gün boyunca salınan sülfür oksit miktarı (ton cinsinden) ölçülmüş ve aşağıdaki tablo elde edilmiştir:

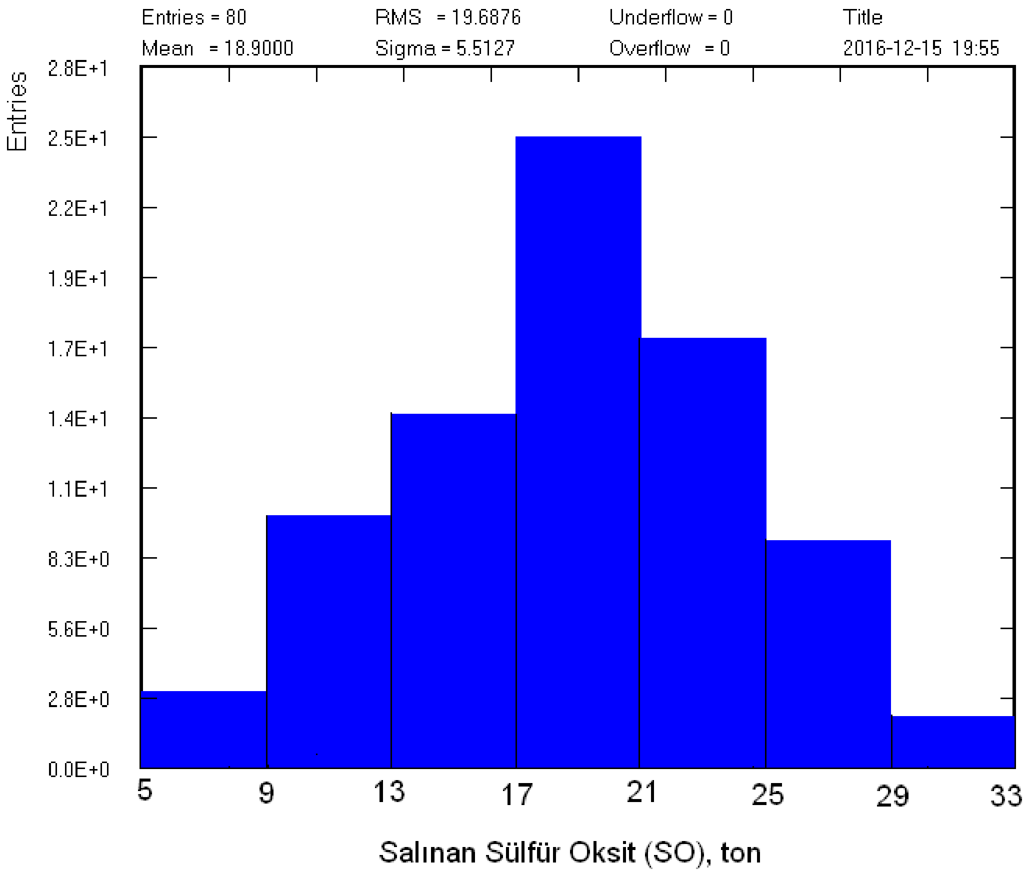
15.8	26.4	17.3	11.2	23.9	24.8	18.7	13.9	9.0	13.2
22.7	9.8	6.2	14.7	17.5	26.1	12.8	28.6	17.6	23.7
26.8	22.7	18.0	20.5	11.0	20.9	15.5	19.4	16.7	10.7
19.1	15.2	22.9	26.6	20.4	21.4	19.2	21.6	16.9	19.0
18.5	23.0	24.6	20.1	16.2	18.0	7.7	13.5	23.5	14.5
14.4	29.6	19.4	17.0	20.8	24.3	22.5	24.6	18.4	18.1
8.3	21.9	12.3	22.3	13.3	11.8	19.3	20.0	25.7	31.8
25.9	10.5	15.9	27.5	18.1	17.9	9.4	24.1	20.1	28.5

Örnek 3 - devam

(a) Bu verinin, 5'ten başlayarak , sınıf aralığı 4 ton olacak biçimde veri sınıfını oluşturun:

Cevap:

Sınıflar	Frekans
5-9	3
9-13	10
13-17	14
17-21	25
21-25	17
25-29	9
29-33	2
Toplam	80



Örnek 3 - devam

(b) Serinin aritmetik ortalamasını ve standart sapmasını hesaplayın:

Sınıflar	m	f
5-9	7	3
9-13	11	10
13-17	15	14
17-21	19	25
21-25	23	17
25-29	27	9
29-33	31	2

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i} = \frac{7\times 3 + 11\times 10 + \cdots}{80} = \frac{1512}{80} = 18.9 \text{ ton}$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i (m_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{3(7-18.9)^2 + 10(11-18.9)^2 + \cdots}{79} = \frac{2431.2}{79} = 30.775 \text{ ton}^2$$

$$s = \sqrt{30.775 \text{ ton}^2} = 5.5 \text{ ton}$$