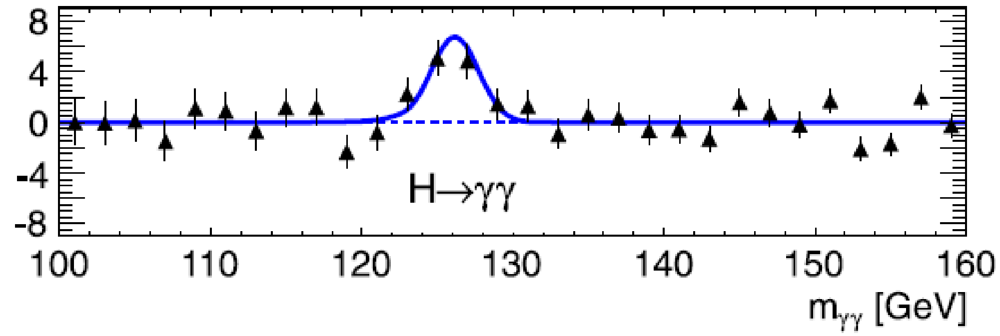
YBS514
Mühendislikte İstatistik Yöntemler

Bölüm 5

Özel Dağılımlar



http://www1.gantep.edu.tr/~bingul/stat

Gazianteр Üniversitesi

Yönetim Bilişim Sistemleri

Tezsiz Yüksek Lisans Programı

Ekim 2020

İçerik

- Binom Dağılımı
- Poisson Dağılımı
- Normal (Gauss) Dağılım

Binom Dağılımı
(Kesikli Dağılım)

Binom Dağılım Fonksiyonu

Bir olayın geçekleşme olasılığı **p** olsun. Binom dağılımı, *n* tane bağımsız denemenin içinden *k* tane başarılı olayın gerçekleşme olasılığını hesaplamada kullanılır. Genel formül:

$$p_{binom}(n,k,p) = \binom{n}{k} p^{k} (1-p)^{n-k}$$

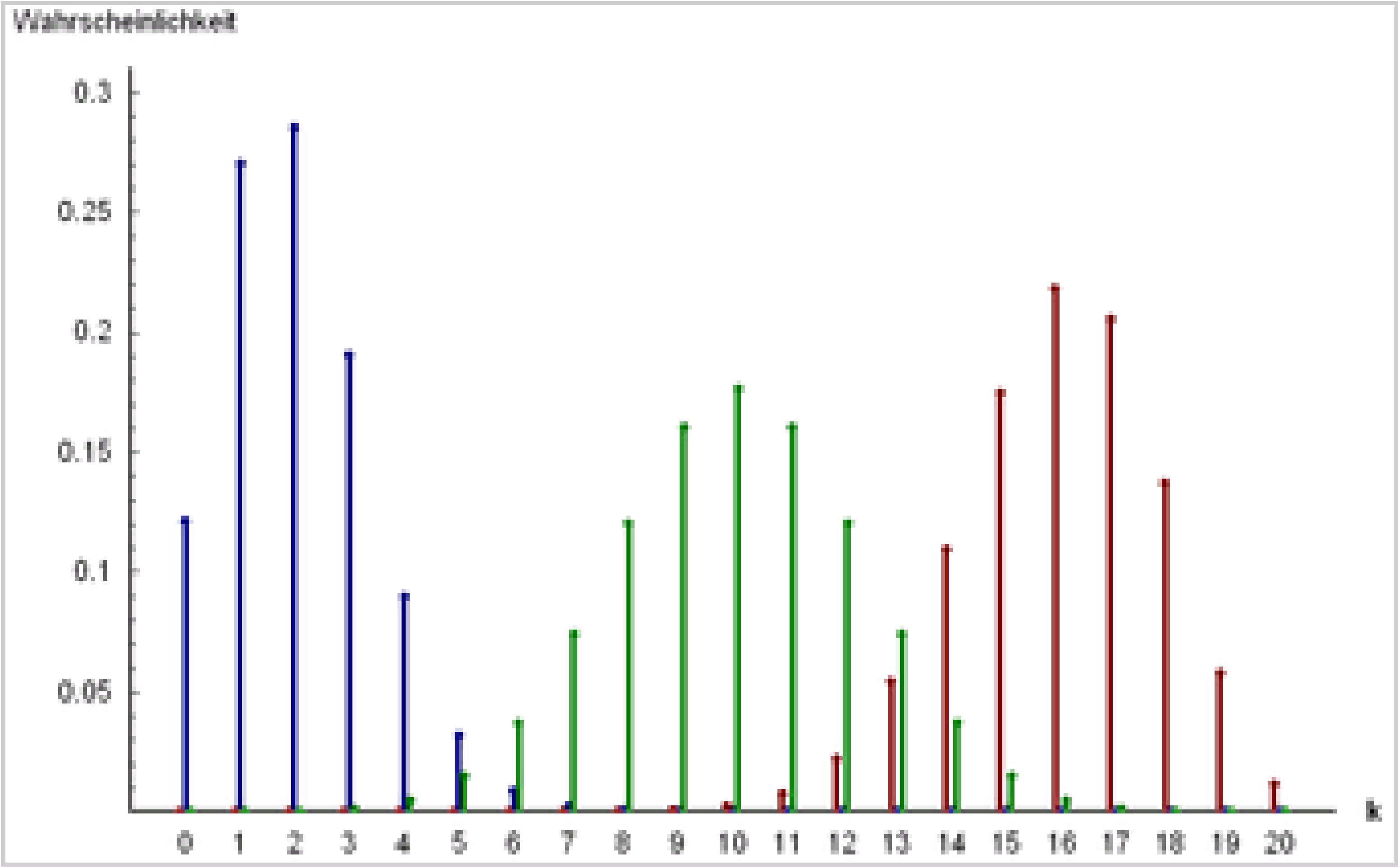
Burada

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

ortalama : $< k >= np$

std.sapma: $\sigma = \sqrt{np(1-p)}$

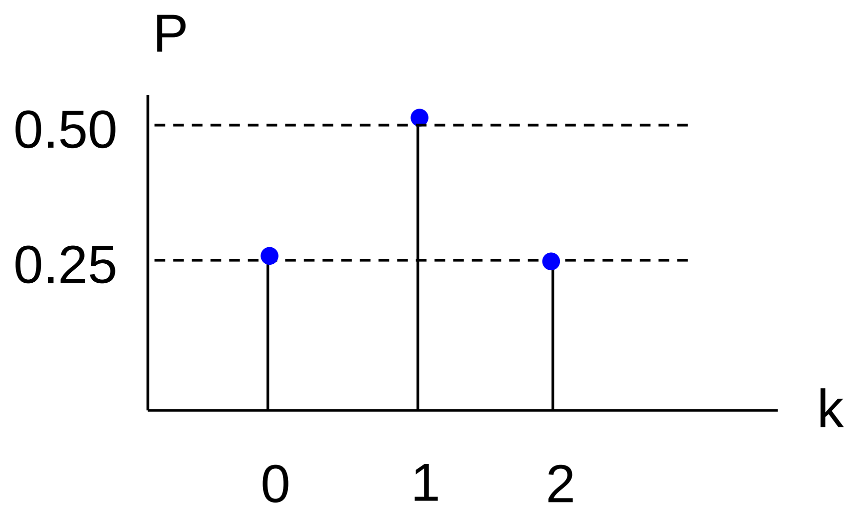
Binom Dağılım Fonksiyonu



Binomial distribution for $n = 20$
$p = 0.1$ (blue), $p = 0.5$ (green) and $p = 0.8$ (red)

Örnek 1: Bir para iki kez atılıyor. Gelen turalara başarı diyelim. *Buna göre k* = 0, 1, 2 başarılarının olasılığını hesaplayın.

```
Durumlar  k=0   k=1   k=2 (Tura sayısı, Tura başarısı)
--------  ---   ---   ---
    Y Y    x
    Y T          x
    T Y          x
    T T                x
-------------------------
Toplam     1    2    1
Olasıklar  1/4  2/4  1/4
```



Örnek 1 - devam

Binom formülü ile hesaplama:

$$P(n,k,p)=\binom{n}{k}(p)^k(1-p)^{n-k}=\frac{n!}{k!(n-k)!}(p)^k(1-p)^{n-k}$$

n = 2, p = 1/2 ve k = 0, 1, 2

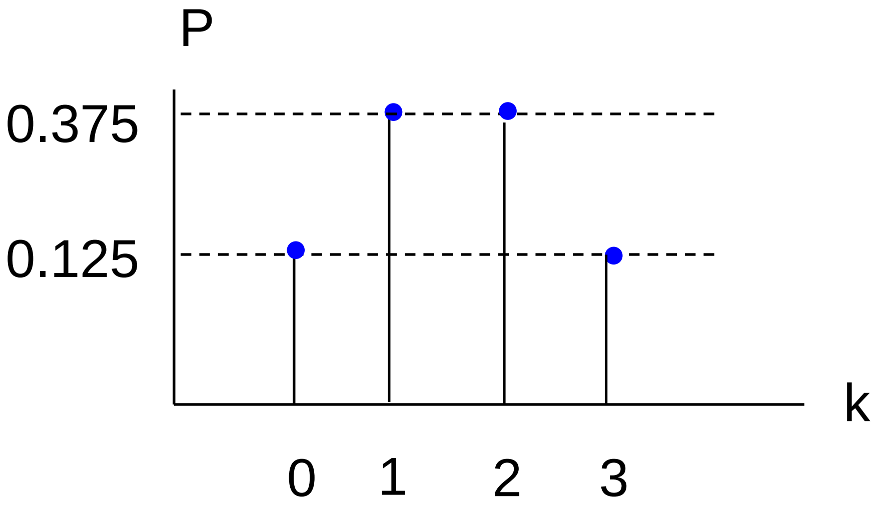
k = 0 için $$\binom{2}{0}\left(\frac{1}{2}\right)^0\left(1-\frac{1}{2}\right)^{2-0}=\frac{2!}{0!(2-0)!}(1)\left(\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{4}$$

k = 1 için $$\binom{2}{1}\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(1-\frac{1}{2}\right)^{2-1}=\frac{2!}{1!(2-1)!}\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}$$

k = 2 için $$\binom{2}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(1-\frac{1}{2}\right)^{2-2}=\frac{2!}{2!(2-2)!}\left(\frac{1}{4}\right)(1)=\frac{1}{4}$$

Örnek 2: A bir para üç kez atılıyor. Gelen turalara başarı diyelim. *Buna göre k* = 0, 1, 2, 3 başarılarının olasılığını hesaplayın.

Durumlar	k=0	k=1	k=2	k=3
Y Y Y	x			
Y Y T		x		
Y T Y		x		
Y T T			x	
T Y Y		x		
T Y T			x	
T T Y			x	
T T T				x
Toplam	1	3	3	1
Olasıklar	1/8	3/8	3/8	1/8



Örnek 2 - devam

Binom formülü ile hesaplama:

$$P(n,k,p)=\binom{n}{k}(p)^k(1-p)^{n-k}=\frac{n!}{k!(n-k)!}(p)^k(1-p)^{n-k}$$

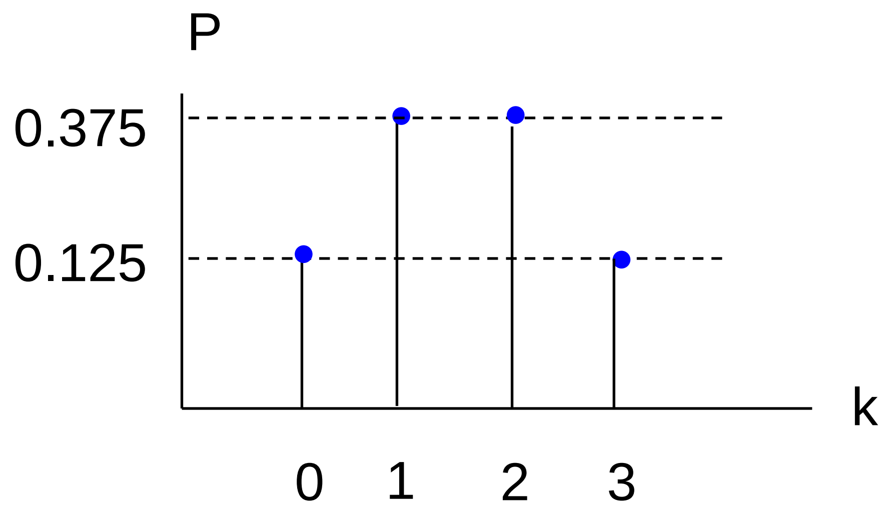
n = 3, *p* = 1/2 ve *k* = 0, 1, 2, 3

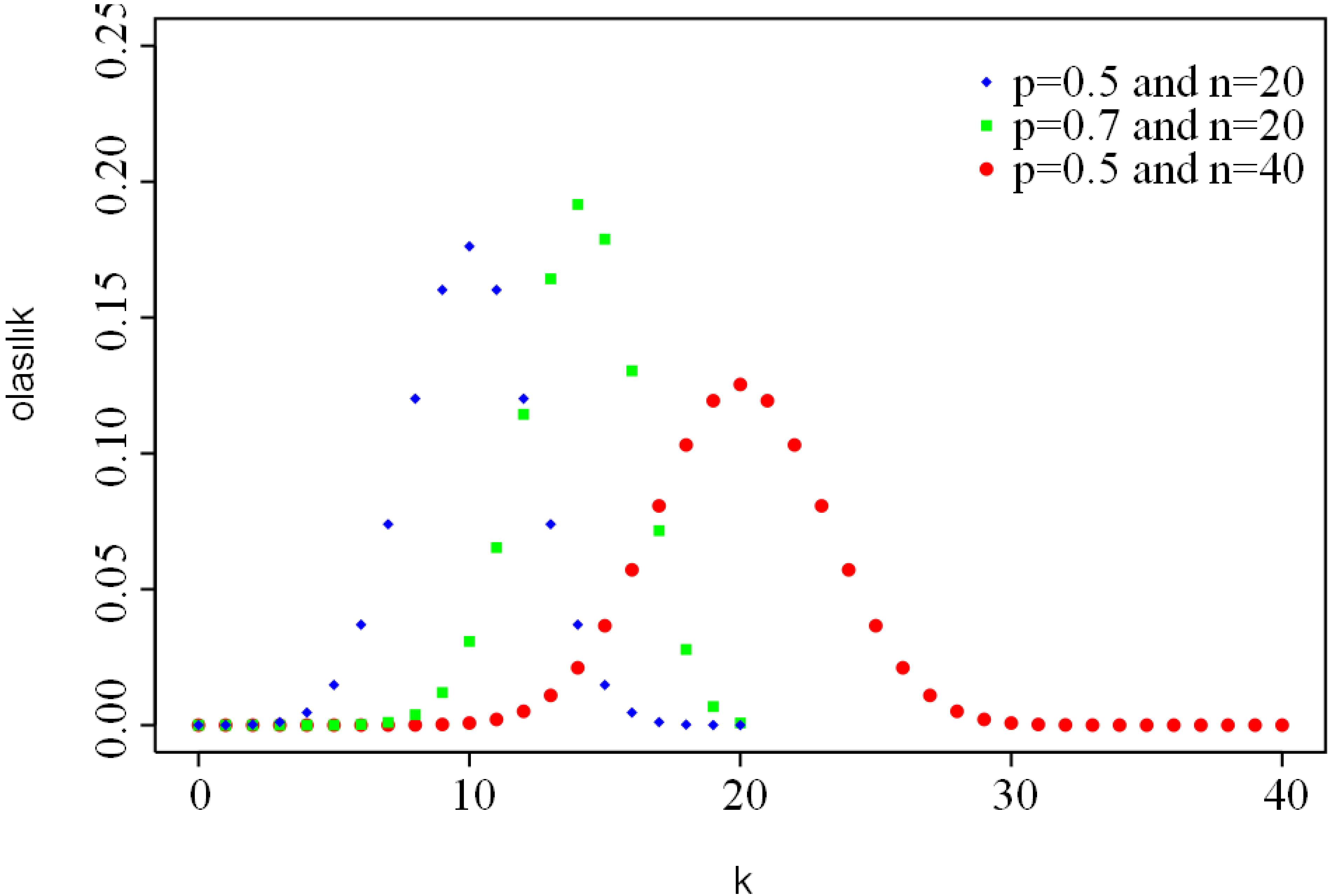
k = 0 için $\binom{3}{0}\left(\frac{1}{2}\right)^0\left(1-\frac{1}{2}\right)^{3-0}=\frac{1}{8}$

k = 1 için $\binom{3}{1}\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(1-\frac{1}{2}\right)^{3-1}=\frac{3}{8}$

k = 2 için $\binom{3}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(1-\frac{1}{2}\right)^{3-2}=\frac{3}{8}$

k = 3 için $\binom{3}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(1-\frac{1}{2}\right)^{3-3}=\frac{1}{8}$




p=0.5 and n=20
p=0.7 and n=20
p=0.5 and n=40
olasilik
0.00
0.05
0.10
0.15
0.20
0.25
0
10
20
30
40
k

Örnek 3: Bir para 6 kez atılıyor.
(veya 6 para aynı anda atılıyor.)

Tam 4 tura gelme olasılığı:

$$P = \frac{6!}{4!\,(6-4)!}\left(\frac{1}{2}\right)^{4}\left(1-\frac{1}{2}\right)^{6-4} = 0.234375$$

En az 4 tura gelme olasılığı:

$$P = \binom{6}{4}\left(\frac{1}{2}\right)^{4}\left(1-\frac{1}{2}\right)^{6-4} + \binom{6}{5}\left(\frac{1}{2}\right)^{5}\left(1-\frac{1}{2}\right)^{6-5} + \binom{6}{6}\left(\frac{1}{2}\right)^{6}\left(1-\frac{1}{2}\right)^{0}$$

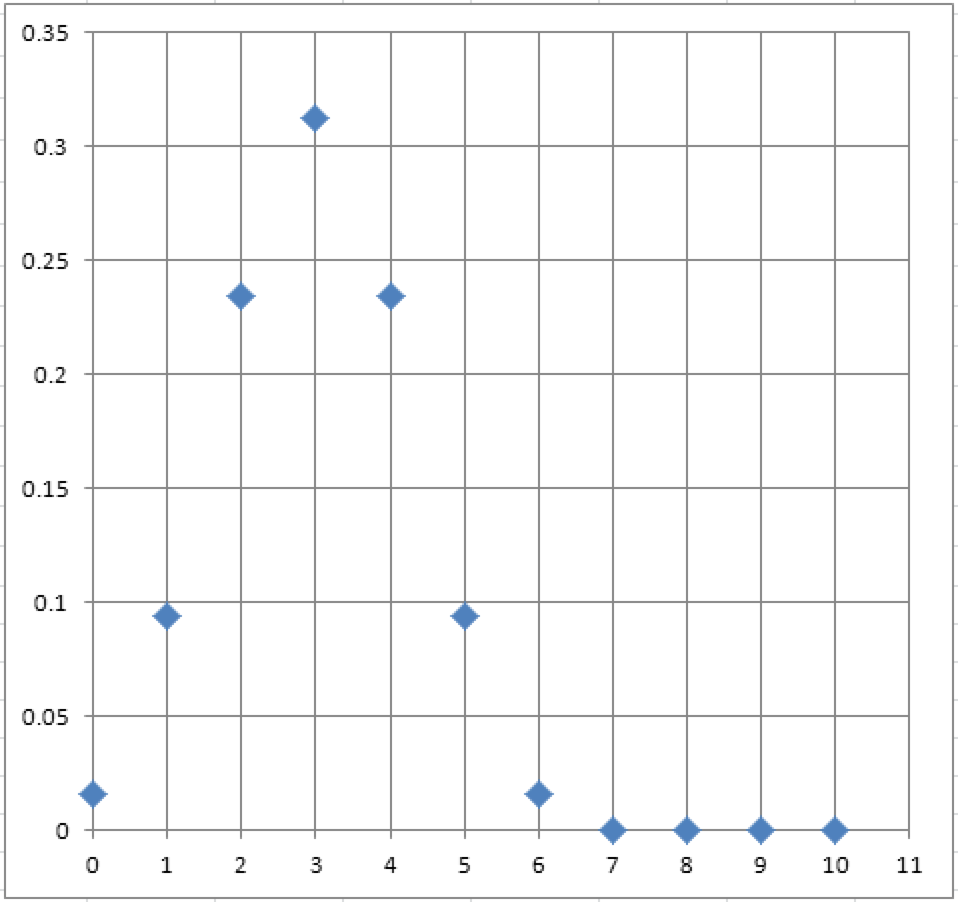
$$= 0.34375$$

EXCEL FONKSIYONLARI

FONKSIYON ADI (TÜRKÇE)	FONKSIYON ADI (İNGİLİZCE)	AÇIKLAMA	SAYI	ÖRNEK kullanım	SONUÇ
ÇARPINIM(x)	FACT(x)	x! faktoriyeli hesaplar	5	= ÇARPINIM(D3)	120
ÜS(x)	EXP(x)	exp(x) i hesaplar	2	= ÜS(D4)	7.389056
x^y	x^y	kuvvet alma		= D3^D4	25

Örnek 3 - devam: Bir para 6 kez atılıyor.

	A	B	C	D	E
1	olasilik.xls				
2	**EXCEL ILE BINOM DAGILIMI**				
3				**k**	**P**
4				0	0.015625
5	**n =**	6		1	0.09375
6	**p =**	0.5		2	0.234375
7	**k =**	4		3	0.3125
8	**P_binom =**	0.234375		4	0.234375
9				5	0.09375
10				6	0.015625
11				7	#SAYI!
12				8	#SAYI!
13				9	#SAYI!
14				10	#SAYI!



Örnek 4: Bir haberleşme sistemi 6 istasyondan oluşmaktadır. Her bir istasyonun bağımsız olarak çalışma olasılığı %90 dır. Eğer sistemin çalışması için en az 4 istasyonun işlevsel olması yeterli ise, bu sistemin çalışır durumda olma olasılığı nedir?

$n = 6$, $p = 0.9$, $k = 4, 5, 6$

$$P = \binom{6}{4}(0.9)^4(1-0.9)^{6-4} + \binom{6}{5}(0.9)^5(1-0.9)^{6-5} + \binom{6}{6}(0.9)^6(1-0.9)^{6-6}$$

$$= 0.098415 + 0.35429 + 0.53144$$

$$= 0.98415$$

Örnek 5: Bir para 16 kez atılıyor.

(a) 12 tura gelme olasılığı nedir?

$$\binom{16}{12}\left(\frac{1}{2}\right)^{12}\left(1-\frac{1}{2}\right)^{16-12} = (455)(0.5)^{12}(0.5)^{3} = 0.028$$

(b) 15 tura gelme olasılığı nedir?

$$\binom{16}{15}\left(\frac{1}{2}\right)^{12}\left(1-\frac{1}{2}\right)^{16-15} = (16)(0.5)^{15}(0.5)^{1} = 0.002$$

(b) Beklenen tura sayısı ve standart sapma nedir?

$$<k> = np = (16)(0.5) = 8 \qquad \sigma = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{(15)(0.5)(1-0.5)} = 2$$

Eğer 12 tura gözlenmişse, beklenen değerden $\frac{12-<k>}{\sigma} = \frac{12-8}{2} = 2.0$ sigma ötedeyiz.

Eğer 15 tura gözlenmişse, beklenen değerden $\frac{15-<k>}{\sigma} = \frac{15-8}{2} = 3.5$ sigma ötedeyiz.

Genellikle fark 3 sigma'nın üstü ise, bu bir problemin işaretidir. (Para hilelidir gibi).

Poisson Dağılımı
(Kesikli Dağılım)

Poisson Dağılımı

Binom gibi kesikli rassal bir değişken dağılımıdır.

- Bir kavşakta meydana gelen kaza sayısı ayda birkaç kez rastlanan bir olaydır. Gelecek ay, o kavşakta gözlenebilecek kaza sayısı nedir?

- Bir çamaşır makinası ayda ortalama 3 kez sıkma hatası yapıyor. Gelecek ay 1 sıkma hatası yapma olasılığı nedir?

Poisson dağılımı bu türden olayları modellemede kullanılır.

Poisson Dağılımın Uygulanması için

1. Kesikli rassal değişken kullanılmalı
2. Tekrar edilebilir deneyler olmalı (tekrarlar rassal olmalı)
3. Tekrarlar bağımsız olmalı

* Bir hastanenin acil servisine günde gelen ortalama hasta sayı 12 dir.

- Değişken kesiklidir. (Hasta sayısı)
- Tekrar edebilir ve rassaldır.
- Tekrarlar bağımsızdır.

<< Poisson
<< Kullanılabilir

* Bir doktorun muayenesine giden hasta sayısı randevu sistemi ile alınır.

- Değişken kesiklidir. (Hasta sayısı)
- Tekrar edebilir ve rassal değildir!
  (Kaç kişinin geleceği bellidir)
- Tekrarlar bağımlıdır.

<< Poisson
<< Kullanılamaz !

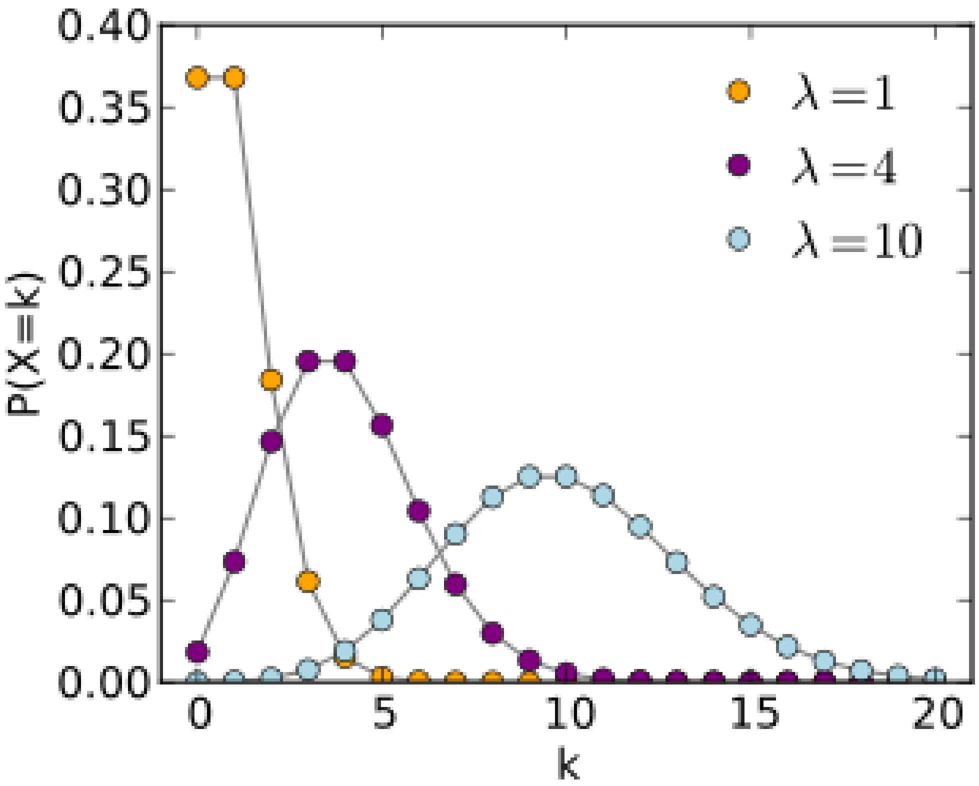
Poisson Olasılık Dağılımı

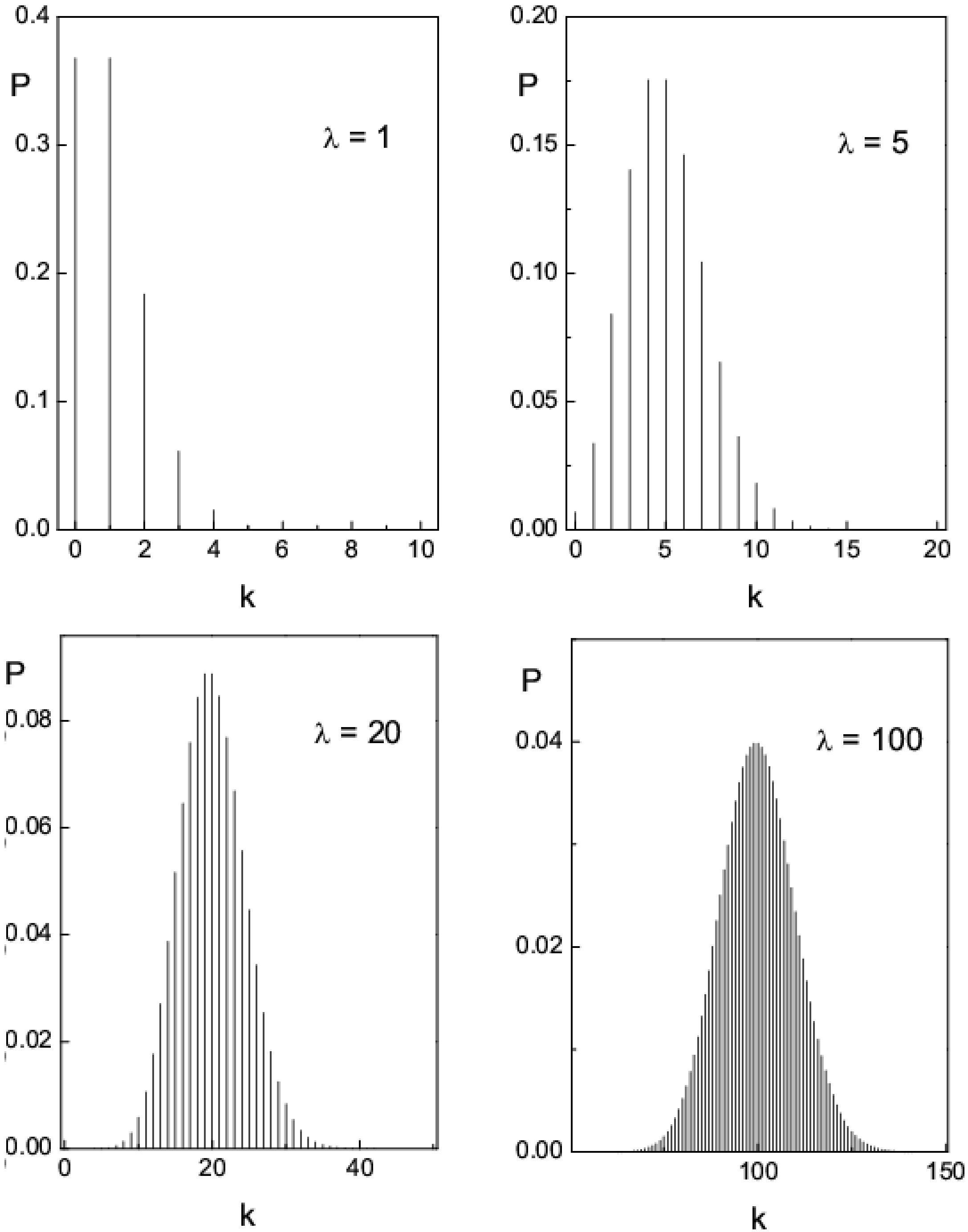
Genel formül:

$$p_{poisson}(k,\lambda) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{k}}{k!}$$

ortalama : $\lambda = np$

std.sapma: $\sigma = \sqrt{\lambda}$





P
λ = 1
0.4
0.3
0.2
0.1
0.0
0
2
4
6
8
10
k
P
λ = 5
0.20
0.15
0.10
0.05
0.00
0
5
10
15
20
k
P
λ = 20
0.08
0.06
0.04
0.02
0.00
0
20
40
k
P
λ = 100
0.04
0.02
0.00
100
150
k

Örnek 6

Bir çamaşır makinası ayda ortalama 3 kez sıkma arızası yapmaktadır. Gelecek ay

(a) 2 kez arıza yapama olasılığı nedir?

λ = 3 ve k = 2

$$P = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{k}}{k!} = \frac{e^{-3}3^{2}}{2!} = 0.224$$

(b) En çok 1 kez arıza yapma olasılığı nedir?

λ = 3 ve k = 0, 1

$$P(0 \text{ yada} 1) = \frac{e^{-3}3^{0}}{0!} + \frac{e^{-3}3^{1}}{1!} = 0.049787 + 0.14936 = 0.19915$$

Binom –> Poisson Dönüşümü

Binom dağılım denkleminde, eğer *p* olasılığı çok küçükse, dağılım Poisson dağılımına dönüşür. Buna göre, (p << 1 için)

lim (Binomial Dağılımı) = (Poisson Dağılımı)
p -> 0

$$\lim_{p \to 0} \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} = \frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!}$$

ortalama : $\lambda = np$

std.sapma: $\sigma = \sqrt{\lambda} = \sqrt{np}$

Örnek 7

Bir fabrikanın ürettiği ampuller %1 ihtimalle bozuktur. Rastgele seçilen 300 örnek içinden 6 tanesinin bozuk olma ihtimali nedir?

$$P = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{k}}{k!}$$

$n = 300$, $p = 0.01$, $k = 6$

Ortalama: $\lambda = np = 300 \times 0.01 = 3$

Olasılık: $$P_{poisson} = \frac{e^{-3}3^{6}}{6!} = \frac{(0.049787)(729)}{720} = 0.050409 = \%5$$

Yada Olasılık: $$P_{binom} = \frac{300!}{6!(300-6)!}(0.01)^{6}(1-0.01)^{300-6} = 0.050153 = \%5$$

Örnek 8: *Doğum günü problemi*

Bir kişinin yıl içinde herhangi bir gün doğum günü olma olasılığı 1/365 = 0.0027397 tür. Buna göre, 1000 kişilik bir gurup içinde 4 kişinin bugün doğmuş olma olasılığı nedir?

$$P = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$$

n = 1000, *p* = 1/365, *k* = 4

Ortalama: $\lambda = np = (1000)(1/365) = 2.7397$

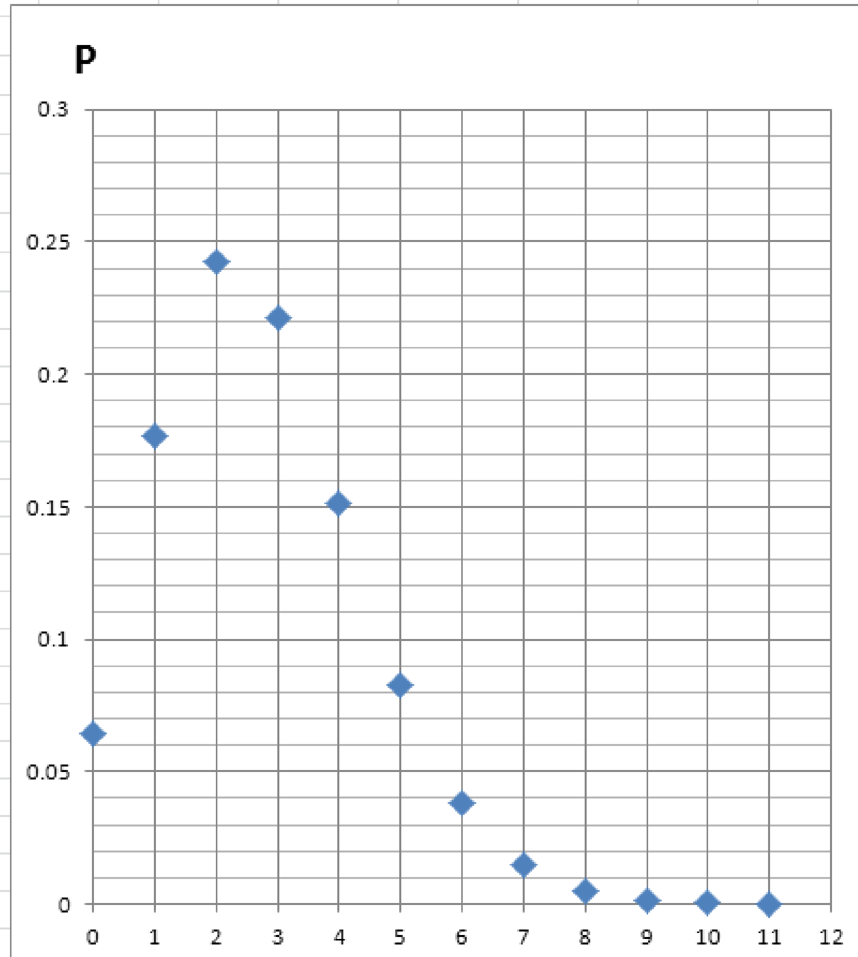
Olasılık: $P = \frac{e^{-2.7397} 2.7397^4}{4!} = 0.15162$

Örnek 8 -devam: *Doğum günü problemi*

$$P = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{k}}{k!}$$

n = 1000, p = 1/365, k = 0, 1, 2, , . . ., 11 için sonuçlar:

	A	B	C	D	E
1	olasilik.xls				
2	**EXCEL ILE POISSON DAGILIMI**				
3					
4				**k**	**P**
5	**n =**	1000		0	0.06458804
6	**p =**	0.002739726		1	0.176953534
7	**L =**	2.739726027		2	0.242402101
8	**k =**	4		3	0.221371782
9	**P_poisson =**	0.151624508		4	0.151624508
10				5	0.083081922
11				6	0.037936951
12				7	0.014848122
13				8	0.005084973
14				9	0.001547937
15				10	0.000424092
16				11	0.000105627
17					
18					
19					
20					
21					
22					
23					
24					
25					
26					
27					



Normal (Gauss) Dağılımı
(Sürekli Dağılım)

Normal Olasılık Dağılımı

İstatistikte, olay sayısı büyüdükçe (n>20)
hemen hemen bütün dağılımlar Normal (yada Gauss)
Olasılık Dağılım fonksiyonu ile betimlenebilir.
Genel Formül:

$$p_{gauss}(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

ortalama : μ

std.sapma : σ

Bu dağılım <u>sürekli</u> bir rassal değişkendir.

Örneğin

- *Çalıştığınız kurumda işe varma zamanının dağılımı*
- *Bir yerleşkedeki öğrencilerin boy uzunluklarının dağılımı*

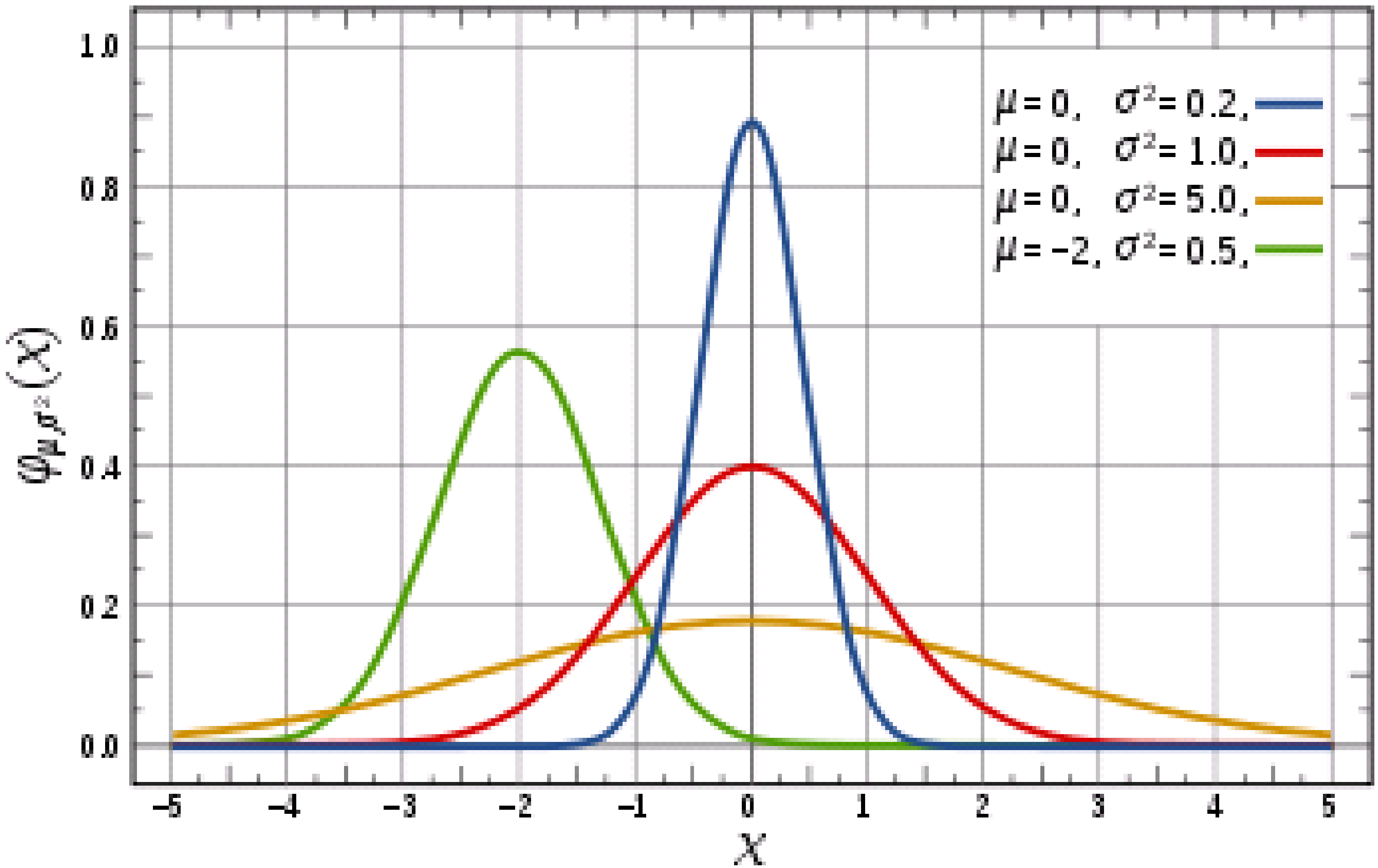
$$p_{gauss}(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

μ = ortalama

σ = standart sapma

π = **3.141593 ⋯**

e = **2.718281 ⋯**



Normal Dağılımın Bazı Özellikleri

$$p_{gauss}(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

$$p(x) \geq 0$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(x)dx = 1$$

$$E[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} xp(x)dx = \mu$$

$$\int_{a}^{b} p(x)dx = P(a \leq x \leq b)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (x-\mu)^2 p(x)dx = \sigma^2$$

Standart Normal Eğri

Normal dağılım:

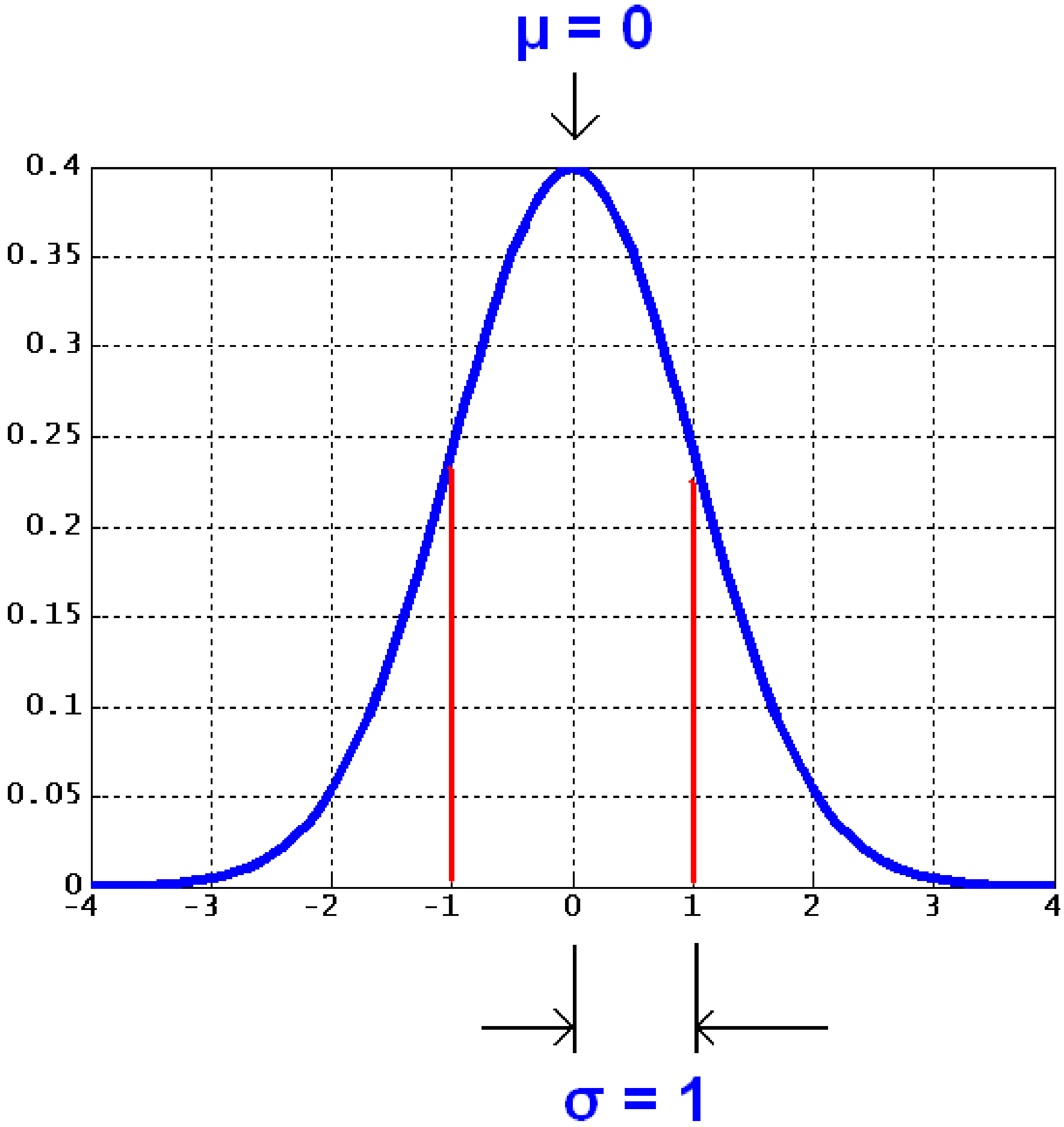
$$p_{gauss}(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

μ = 0 and σ = 1

için özel olarak **Standart Normal Dağılım** olarak adlandırılır. Buna göre:

$$p_{gauss}(x) = f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2} \approx 0.4\exp(-x^2/2)$$

Standard Normal Curve

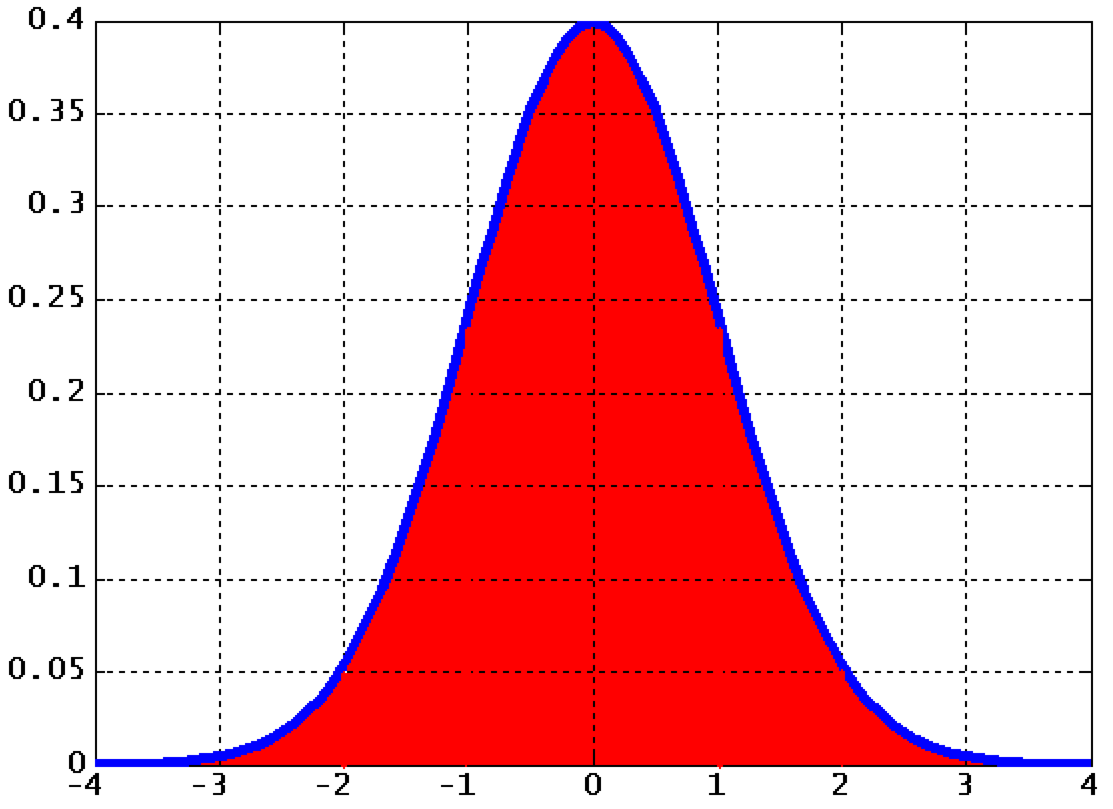


Eğri Altında Kalan Alan

Eğrinin altında kalan alan 1 dir.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$$

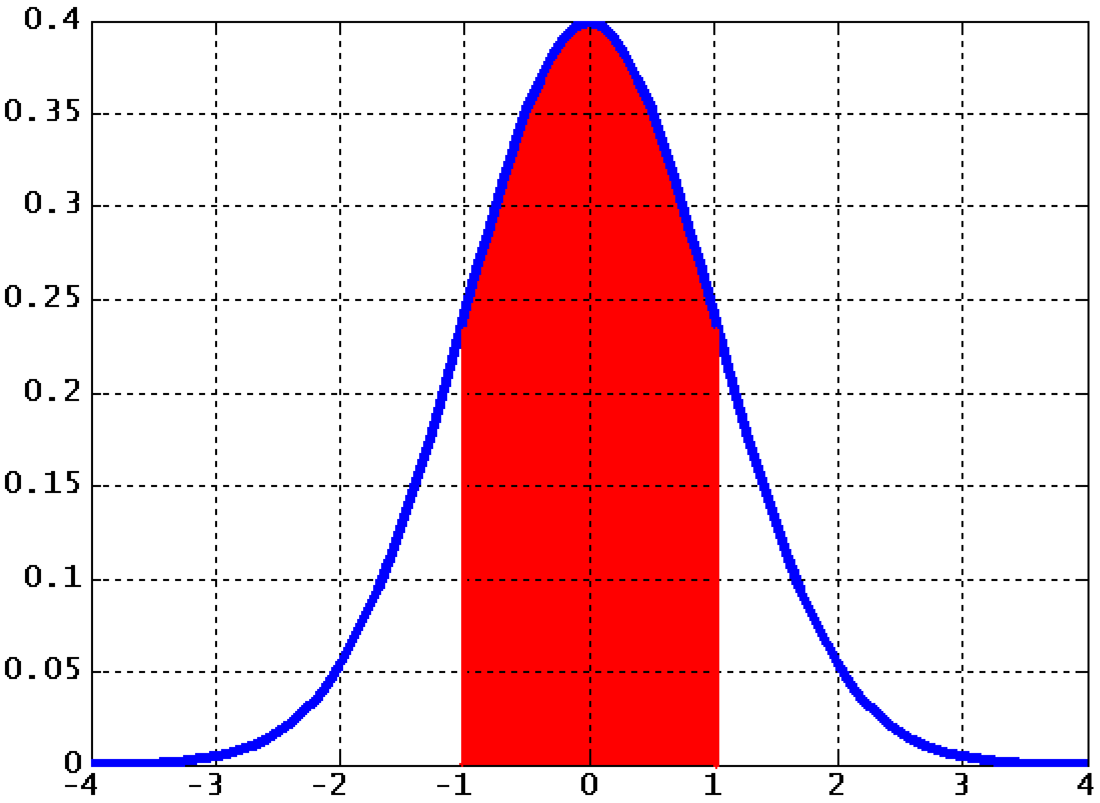
$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$$



[-1, 1] aralığı için alan:

$$\int_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2} dx = 0.6827$$

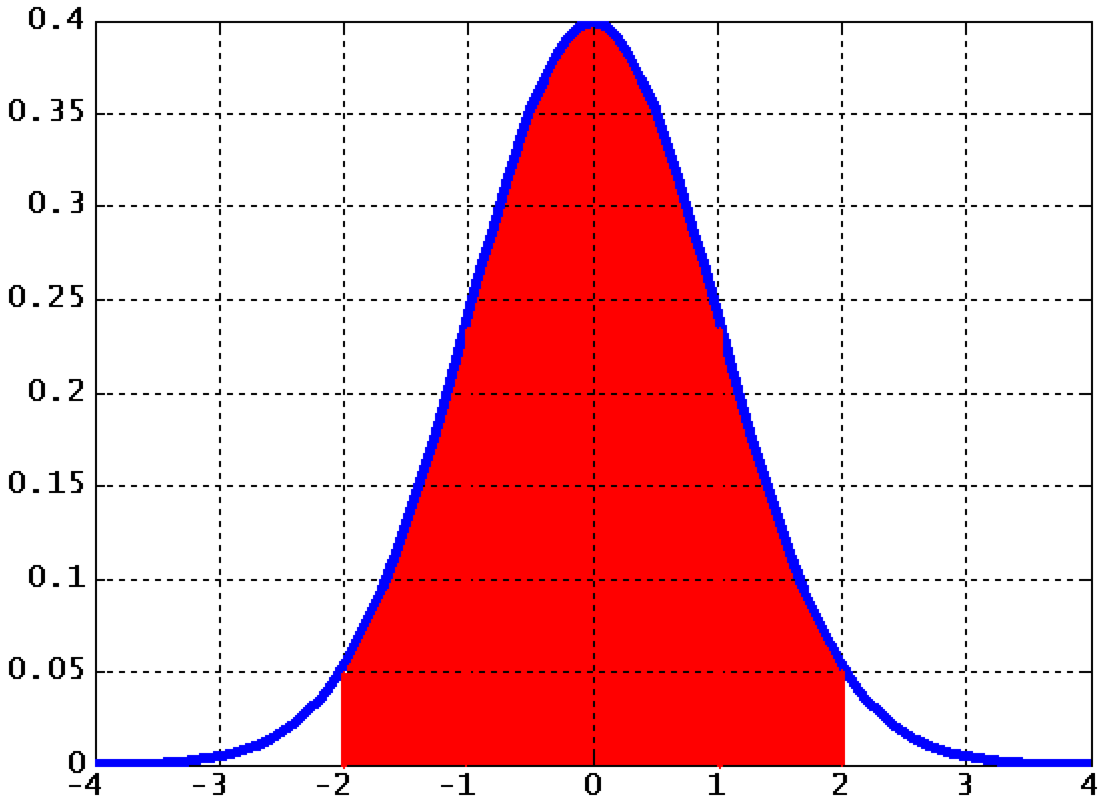
Bu +- 1 sigma
aralığına karşılık gelir.



[-2, 2] aralığı için alan:

$$\int_{-2}^{2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2} dx = 0.9545$$

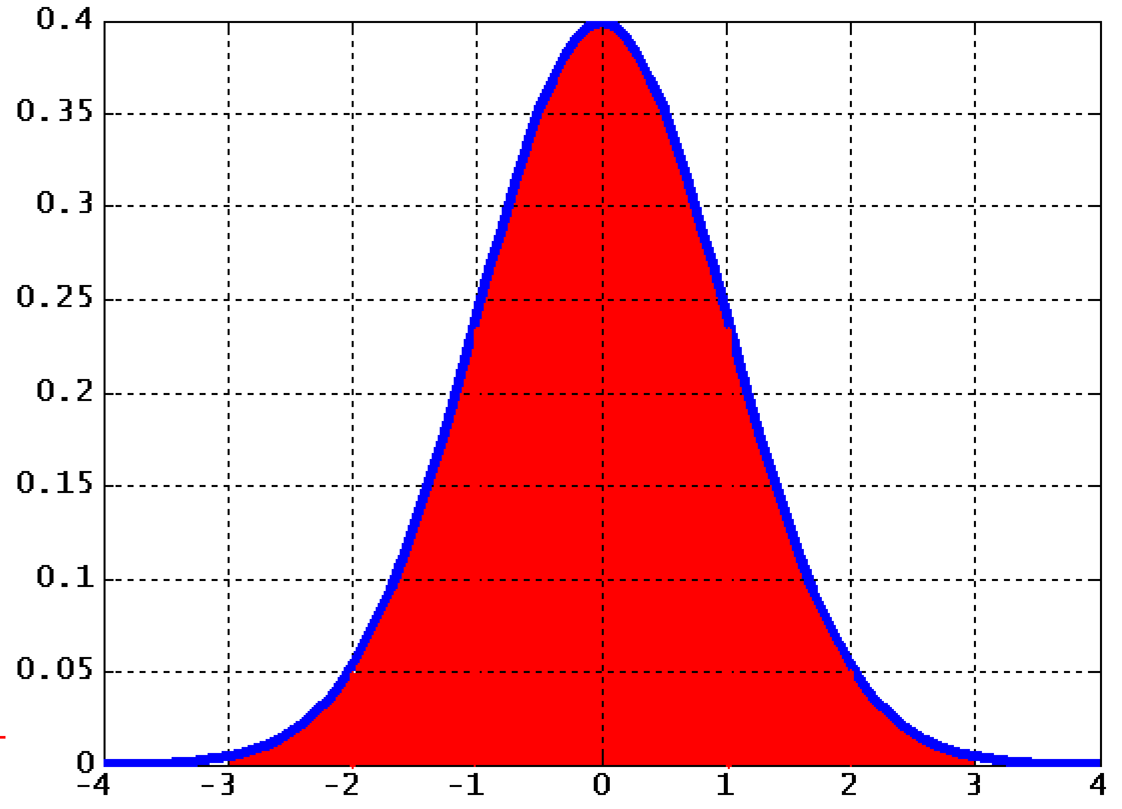
Bu +- 2 sigma aralığına karşılık gelir.



[-3, 3] aralığı için alan:

$$\int_{-3}^{3} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2} dx = 0.9973$$

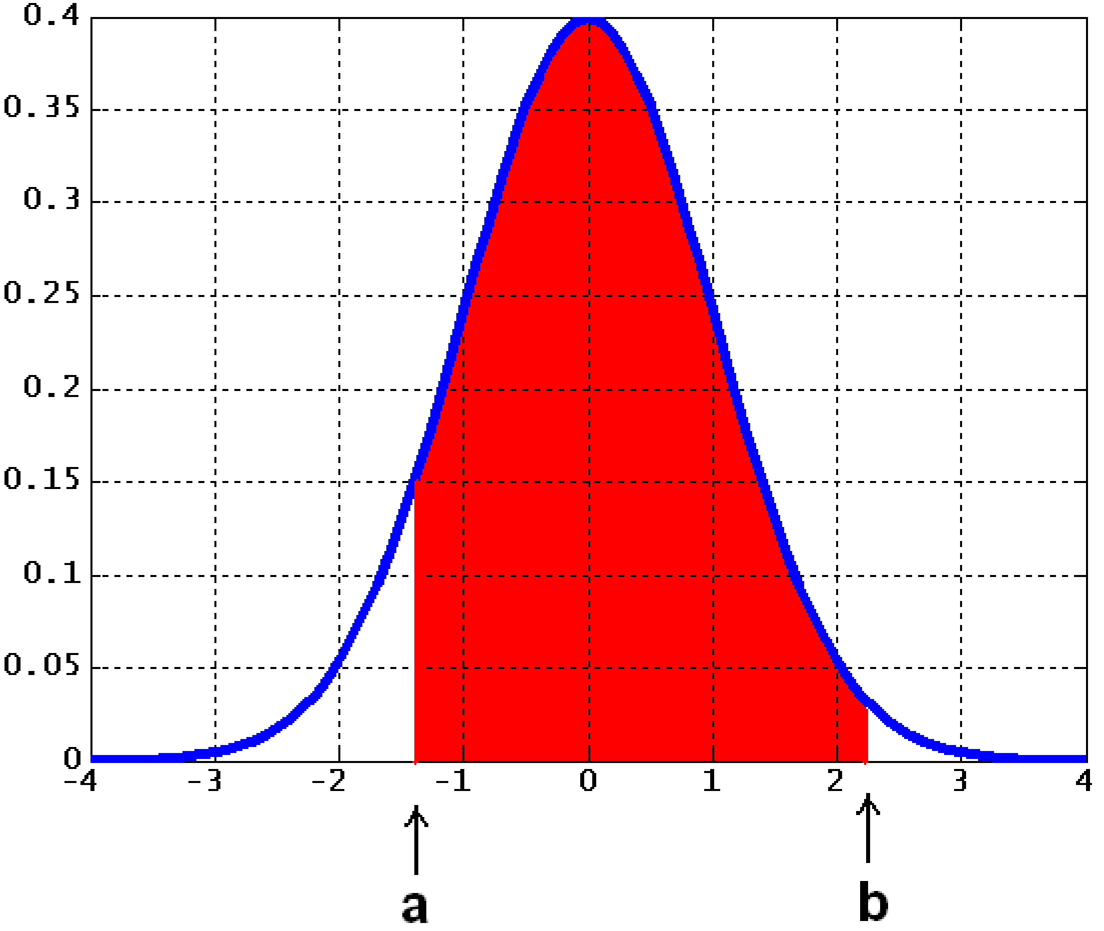
Bu +- 3 sigma aralığına karşılık gelir.

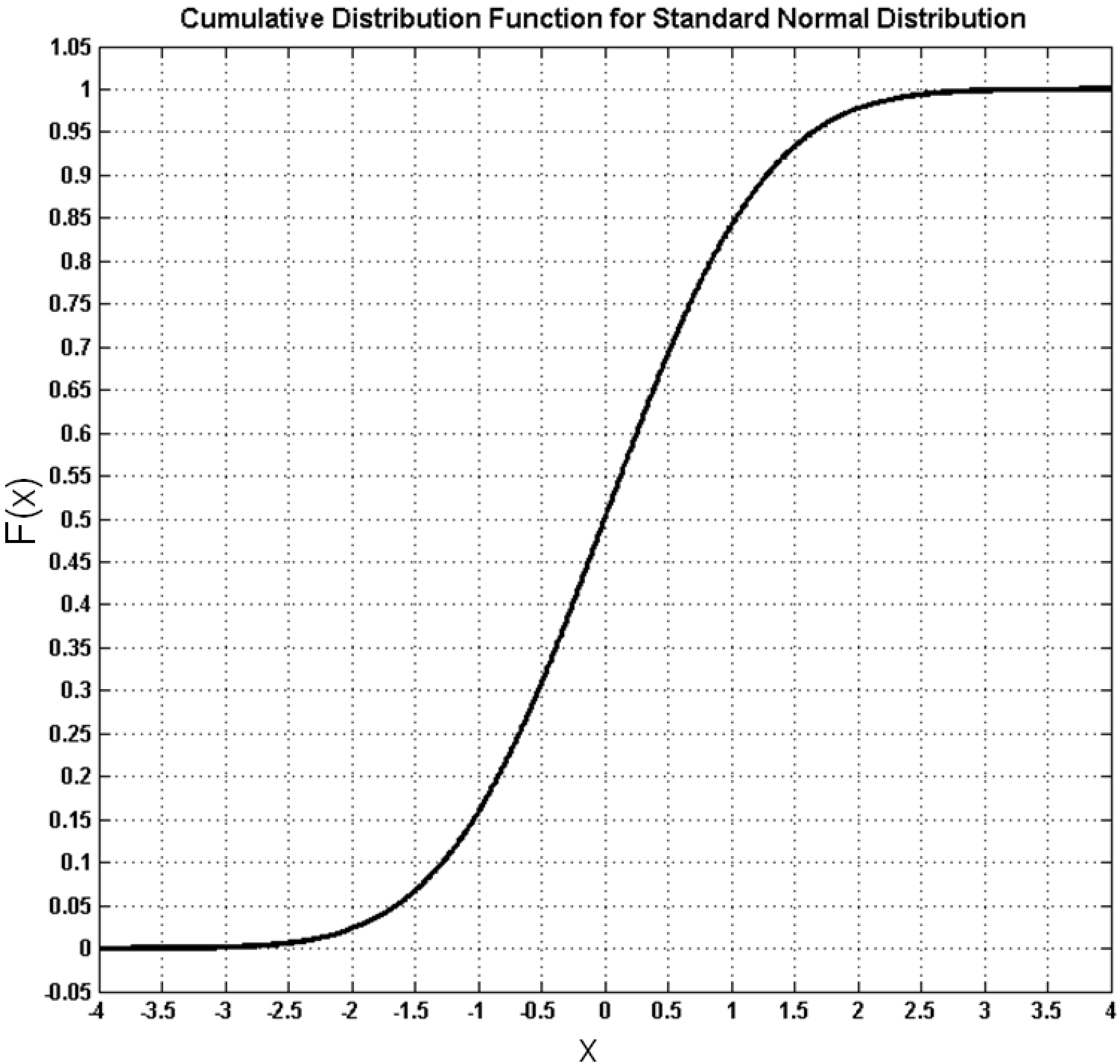


[a, b] aralığında alan:

$$\int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2} dx = F(b) - F(a)$$

Burada F(x) fonksiyonu
Kümülatif
Dağılım
Fonksiyonudur.
(bir sonraki sayfa)




Cumulative Distribution Function for Standard Normal Distribution
F(x)
X
1.05
1
0.95
0.9
0.85
0.8
0.75
0.7
0.65
0.6
0.55
0.5
0.45
0.4
0.35
0.3
0.25
0.2
0.15
0.1
0.05
0
-0.05
-4
-3.5
-3
-2.5
-2
-1.5
-1
-0.5
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4

Excel NORMSDAĞ(x) fonksiyonu

Türkçe Excel:

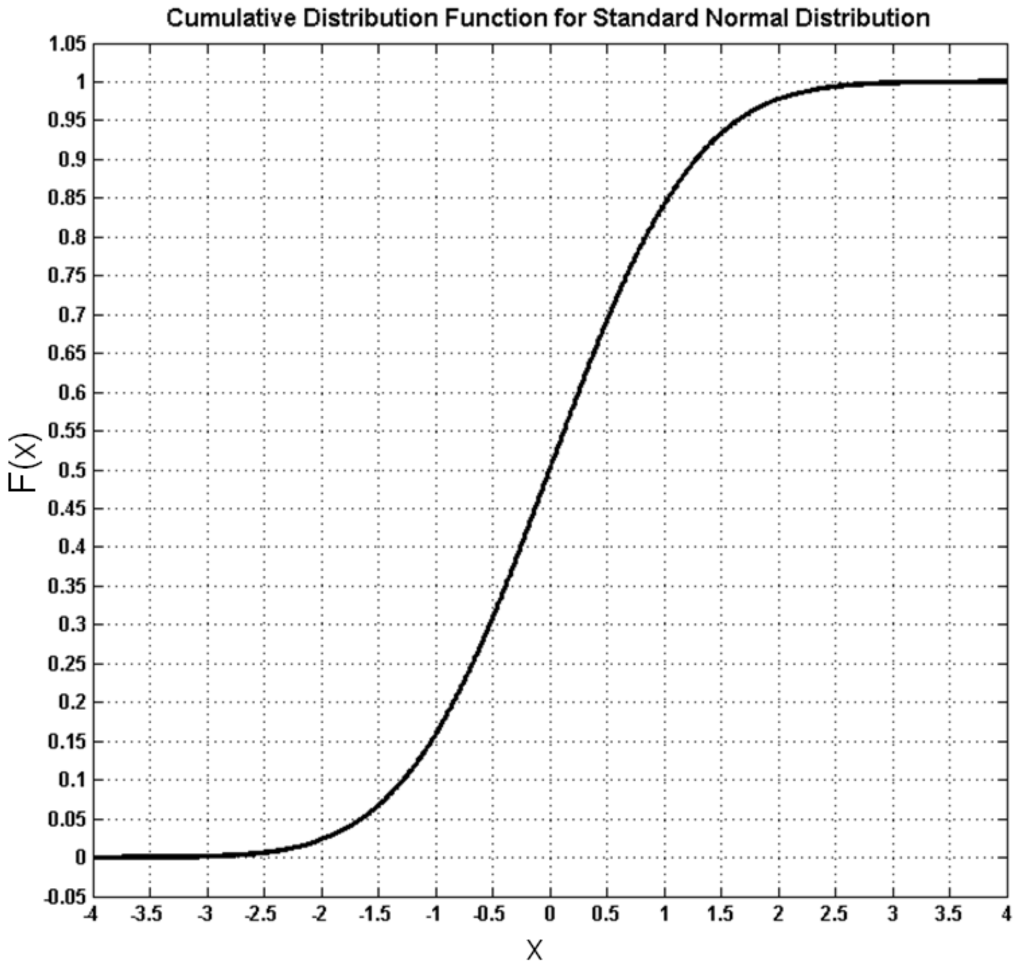
NORMSDAĞ(0) = 0.5

NORMSDAĞ(2) = 0.9772

İngilizce Excel:

NORMSDIST(0) = 0.5

NORMSDIST(2) = 0.9772

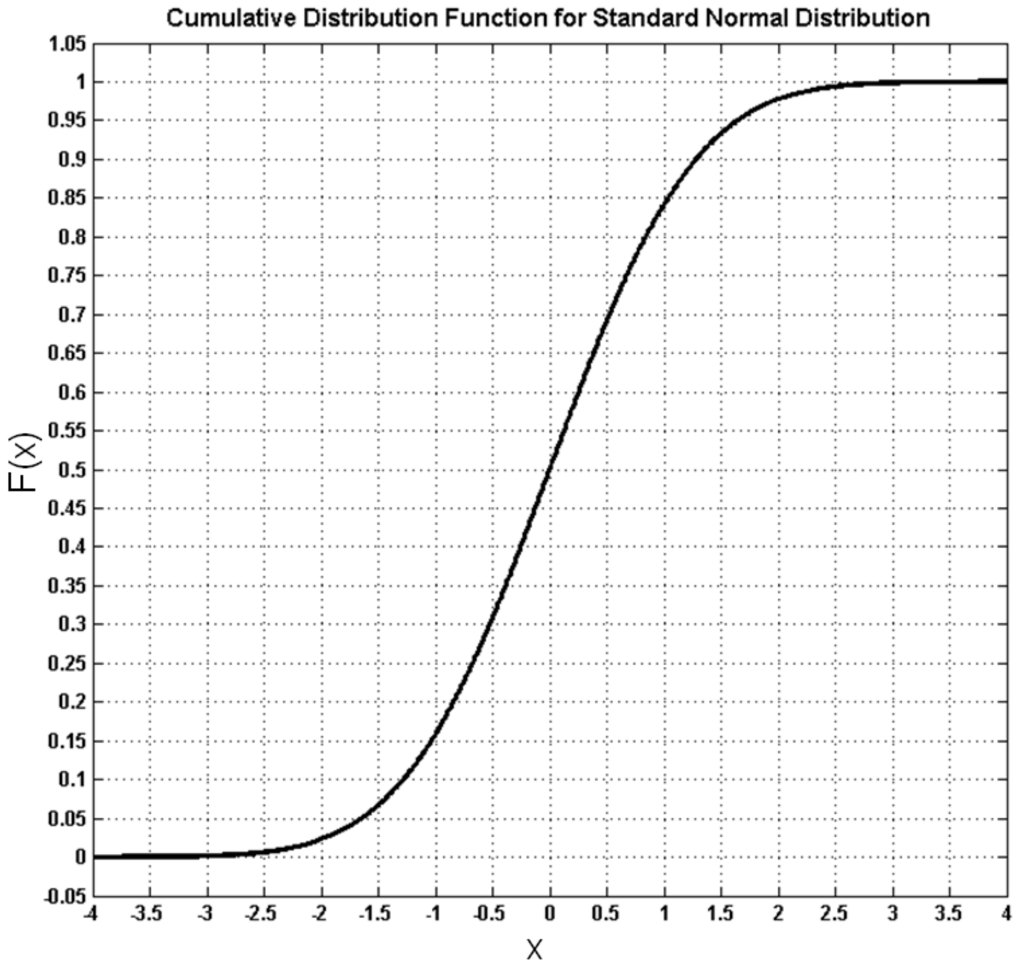


MATLAB normcdf(x) fonksiyonu

Matlab komut satırında:

```
>> normcdf(0)
ans = 0.5

>> normcdf(2)
ans = 0.9772
```



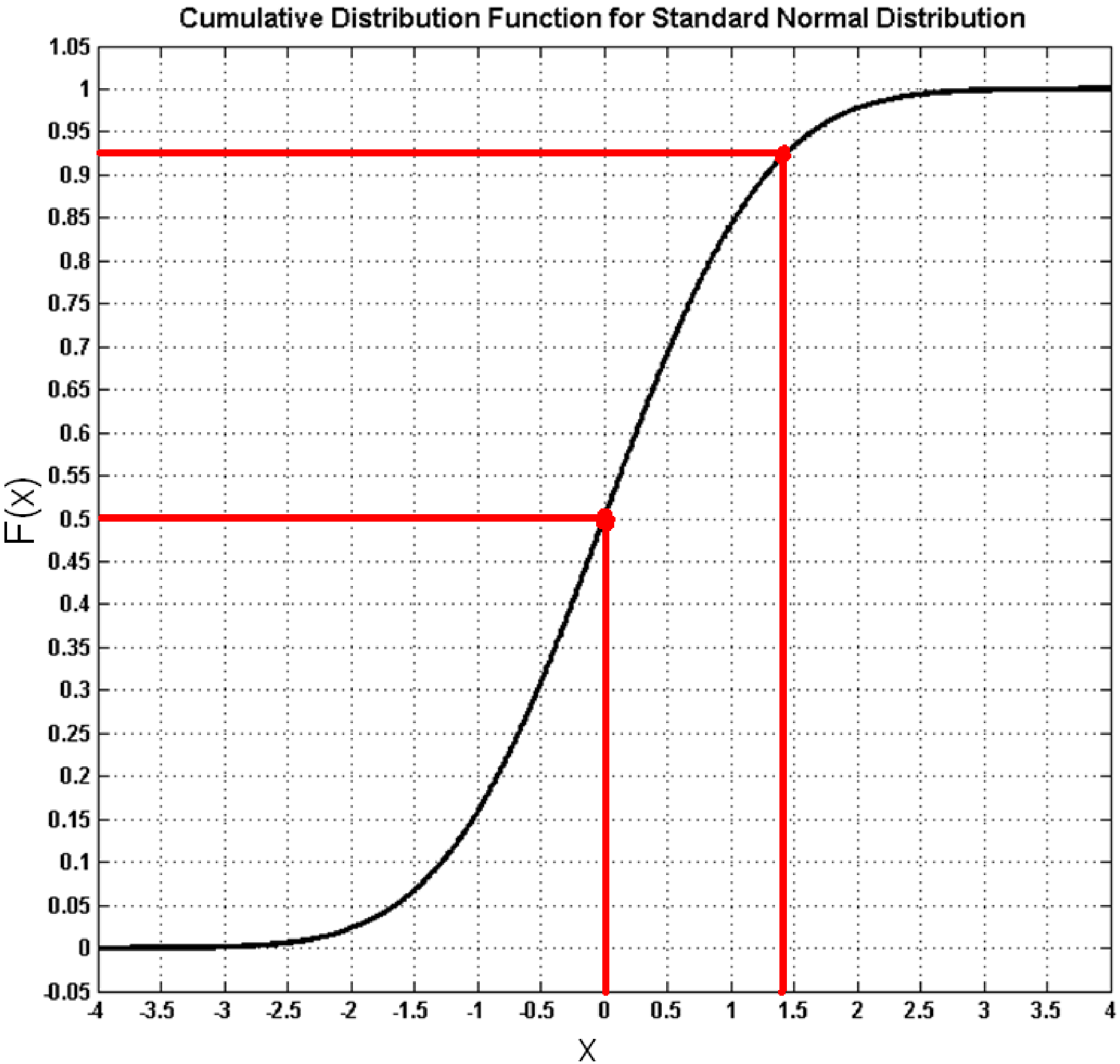
Örnek 9: Aşağıdaki integrali hesaplayın:

$$I = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{1.4} e^{-x^2/2} dx$$

$$= F(1.4) - F(0)$$

$$= 0.93 - 0.50$$

$$= 0.43$$



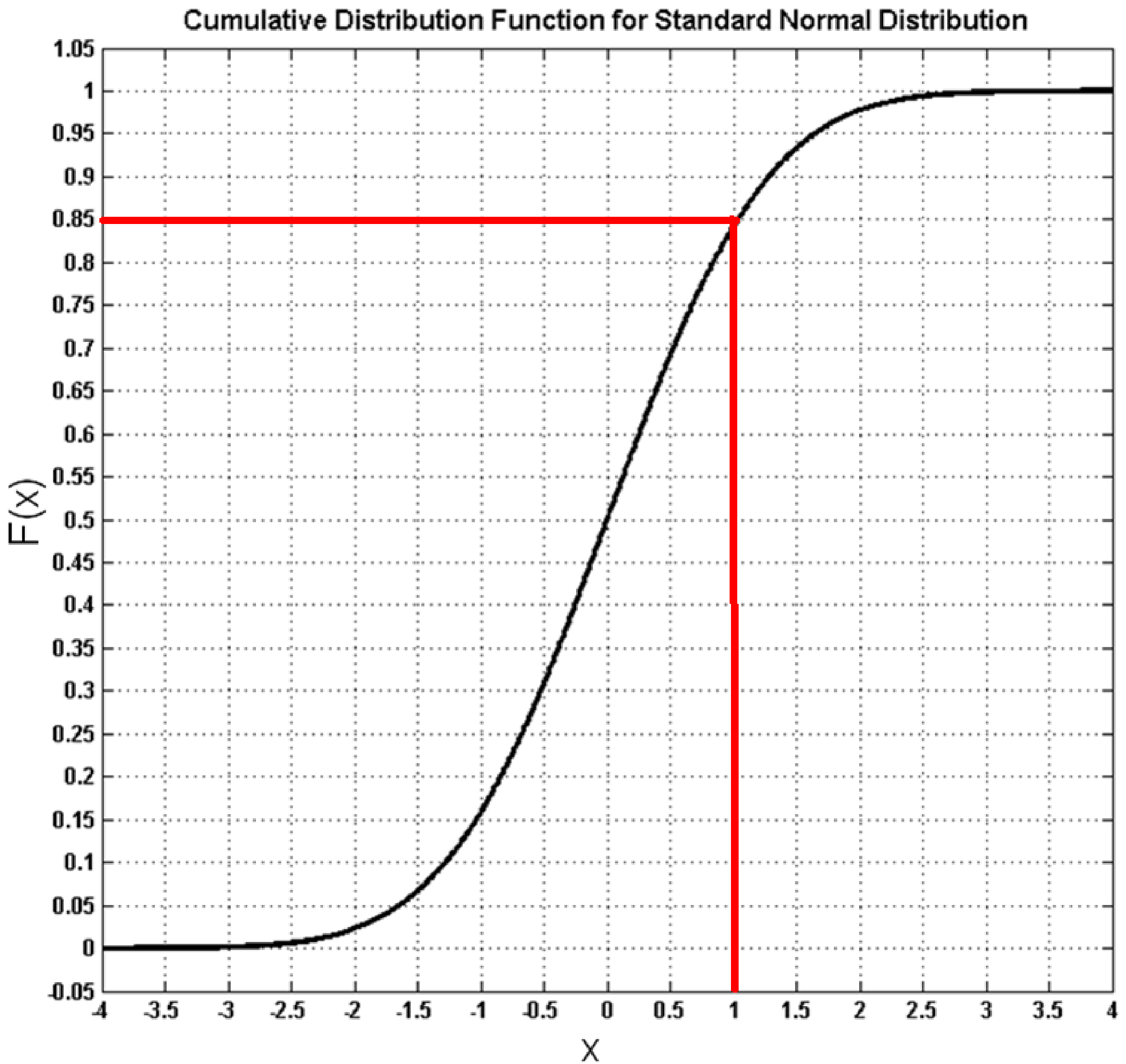
Örnek 10: Aşağıdaki integrali bulun.

$$I = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{1} e^{-x^2/2} dx$$

$$= F(1) - F(-\infty)$$

$$= 0.85 - 0$$

$$= 0.85$$



Örnek 11: X standart normal dağılımdan gelen bir rassal değişken olsun. Buna göre:

$$P(0 < X < 1.4) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{1.4} e^{-x^2/2} dx \quad = 0.43$$

$$P(-\infty < X < 1.0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{1} e^{-x^2/2} dx \quad = 0.85$$

$$P(X > 2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_2^{\infty} e^{-x^2/2} dx \quad = 0.02$$

Eğer X normal dağılmış bir rassal değişken ise, bu değişkenin (A, B) aralığında bulunma olasılığını bulmak için:

1. A ve B değerlerini standart birimlere dönüştür:

$$a = \frac{A - \mu}{\sigma} \qquad b = \frac{B - \mu}{\sigma}$$

2. Olasılığı hesapla:

$$P(A < X < B) = P(a < X^* < b)$$

= *standart normal eğrinin altında kalan*

Örnek 12: Bir şehirdeki Temmuz ayı (normal dağılmış) sıcaklık ortalaması 32 ^oC ve standart sapması 3 ^oC dir. Önümüzdeki yıl Temmuz ayında sıcaklığın 26 ^oC ile 35 ^oC derece arasında olma olasılığı nedir?

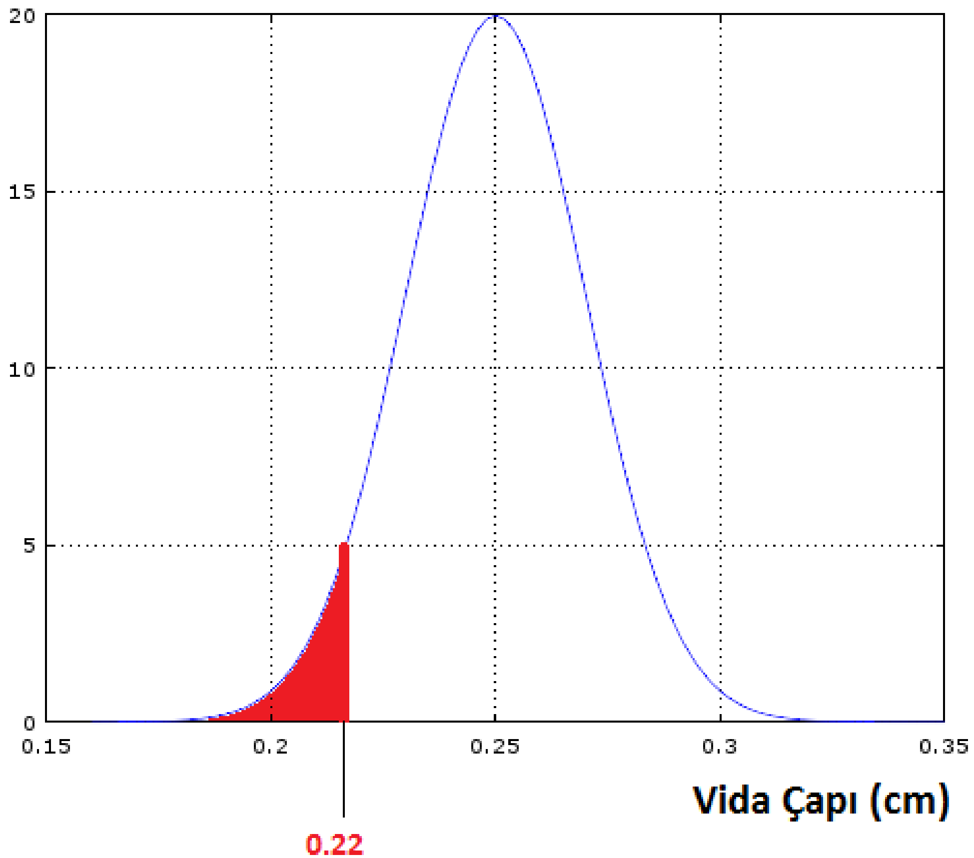
$$a = \frac{26-32}{3} = -2 \qquad b = \frac{35-32}{3} = 1$$

$$P = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-2}^{1} e^{-x^2/2} dx \quad = F(1) - F(-2)$$

$$= 0.85 - 0.03$$

$$= 0.82$$

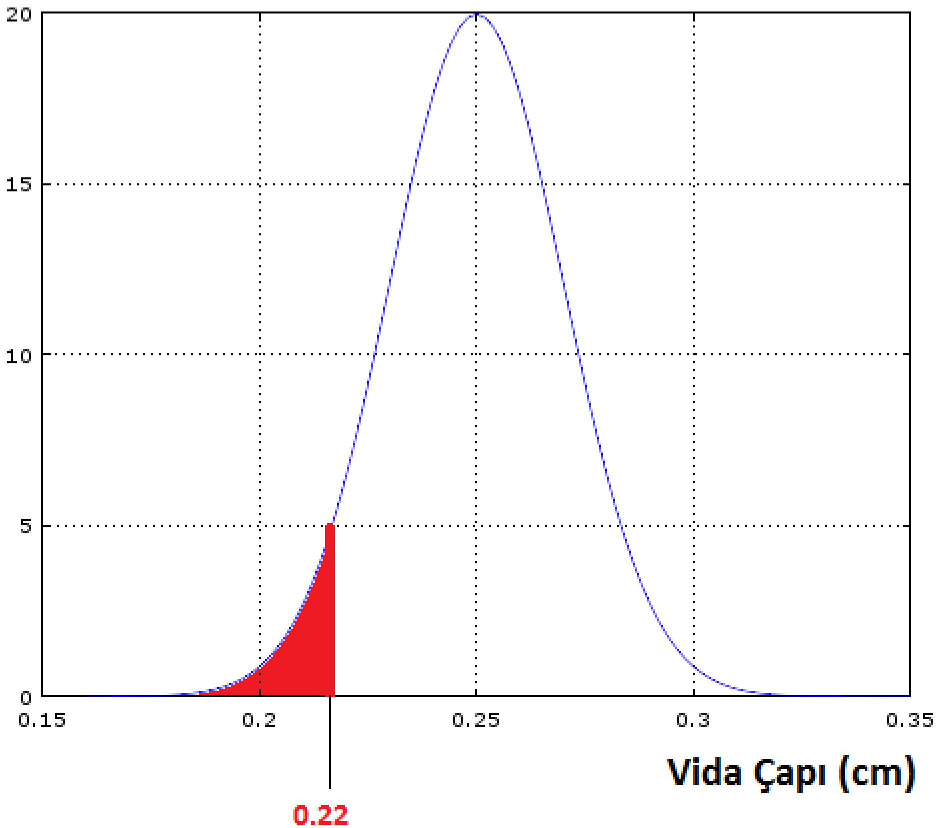
Örnek 13: Bir firmanın ürettiği vidaların çap ortalaması 0.25 cm ve standart sapması 0.02 cm dir. Vida çaplarının normal dağıldığı varsayılsın. Firma, vida çapının 0.22 cm'den az olması durumunda vidanın kusurlu olduğunu kabul ediliyor. Rastgele 250 vida seçiliyor. Kaç tane vidanın kusurlu olacağını tahmin edin.



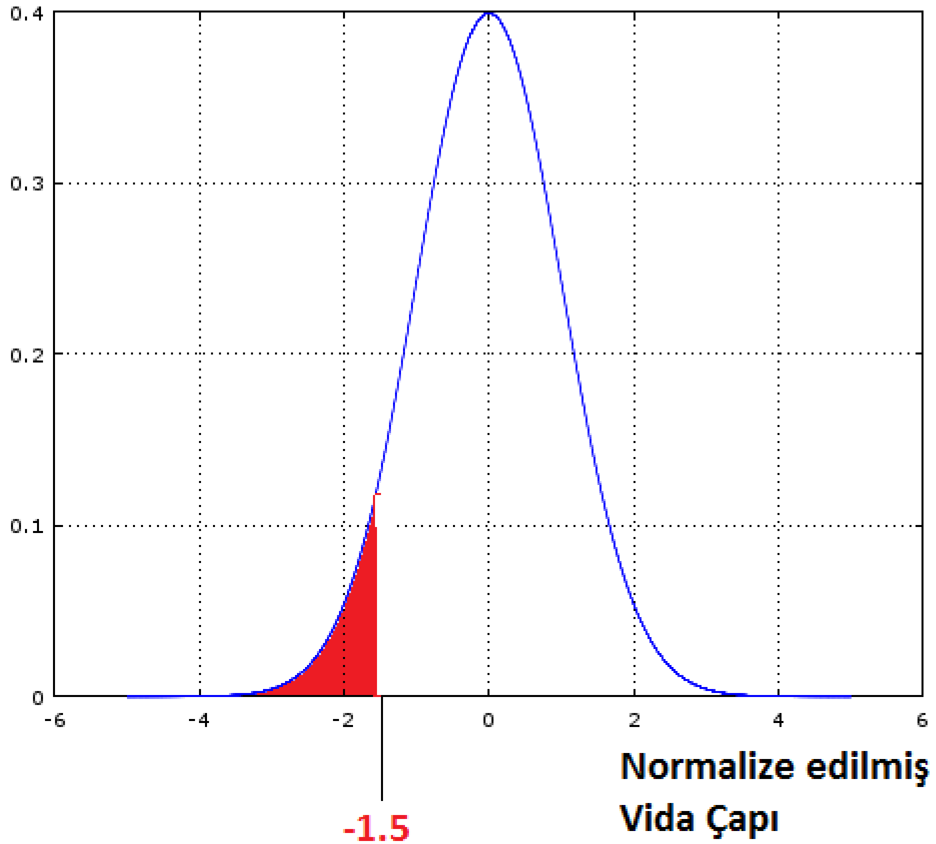
Örnek 14 -devam:

$$a = \frac{-\infty - 0.25}{0.02} = -\infty \qquad b = \frac{0.22 - 0.25}{0.02} = -1.5$$

Orjinal Dağılım:



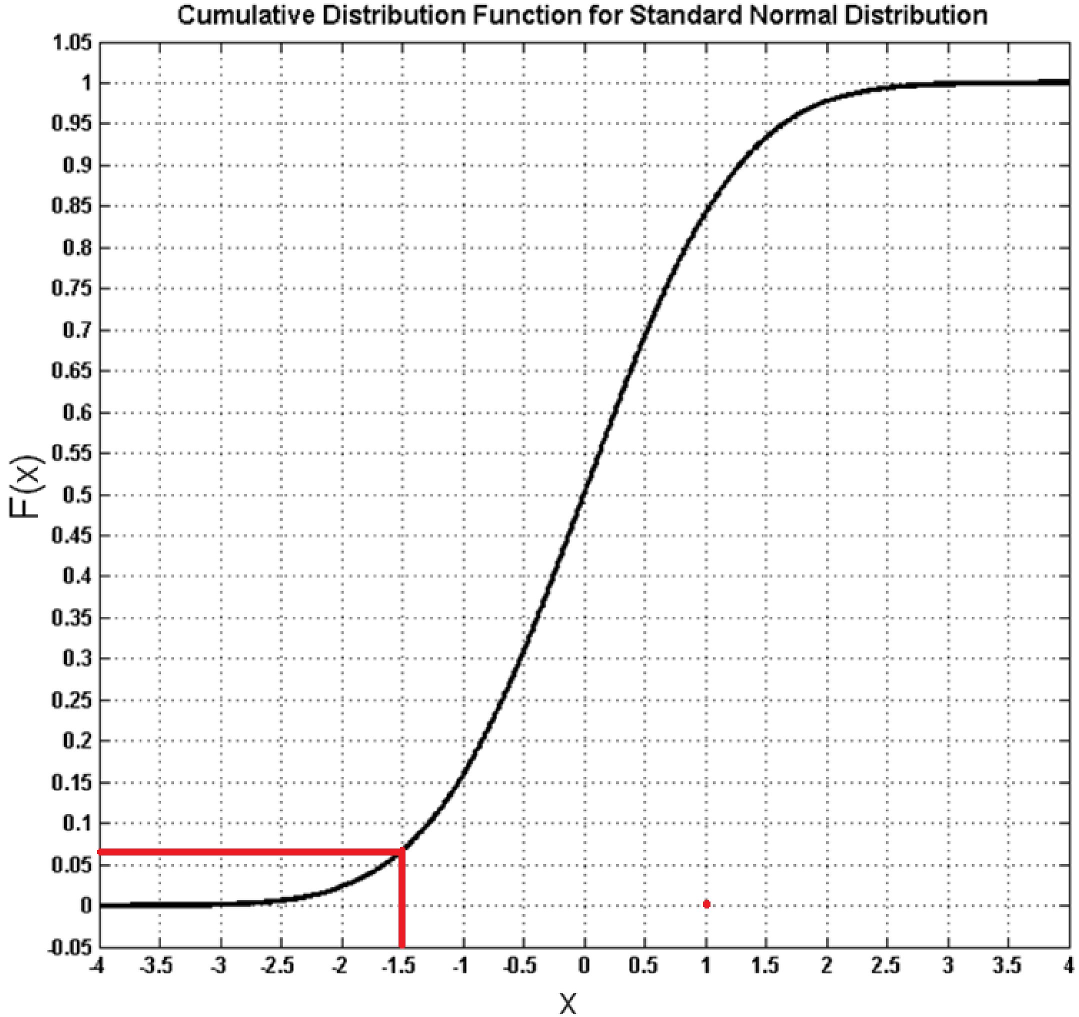
Dönüşüm sonrası dağılım:



Örnek 15 -devam:

$$a = \frac{-\infty - 0.25}{0.02} = -\infty$$

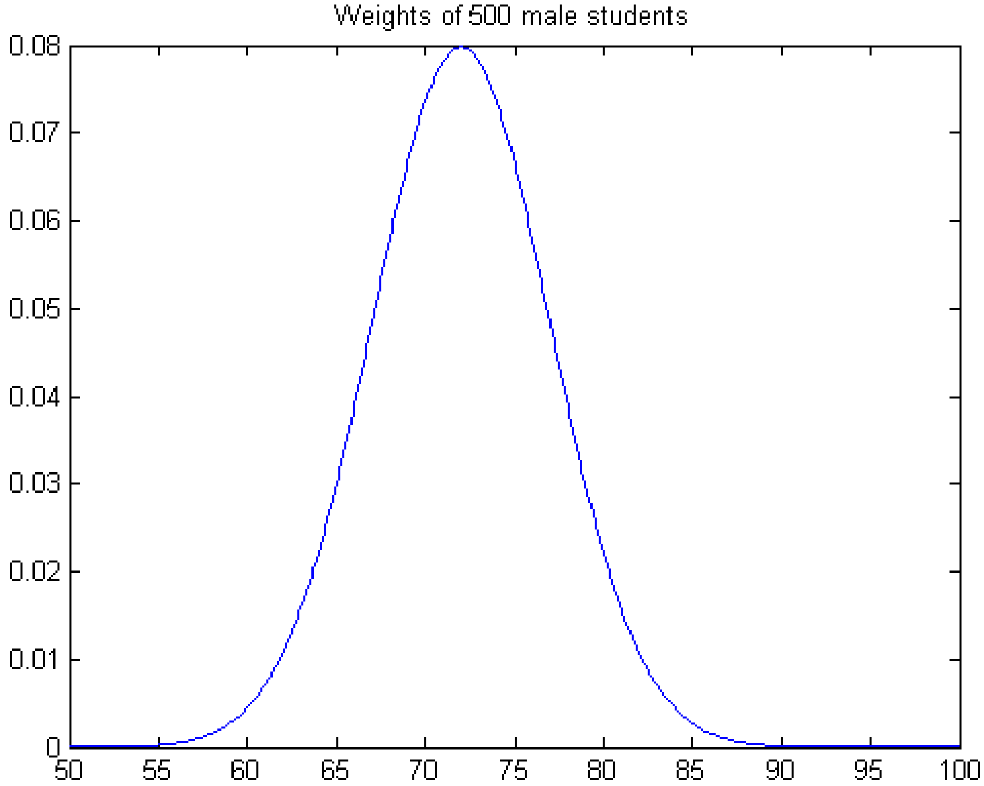
$$b = \frac{0.22 - 0.25}{0.02} = -1.5$$



$$P = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-1.5} e^{-x^2/2} dx \quad = F(-1.5) - F(-\infty) = 0.07 - 0.0 = 0.07$$

250 vida içinden tahmini N = 0.07 * 250 = 17.5 ~ 18 tane bozuk çıkabilir.

Örnek 16: 500 adet öğrencinin ağırlıkları ortalaması 72 kg ve standart sapması 5 kg dır. Dağılımın normal olduğunu varsayın.



(a) Tahmini kaç öğrenci 66 ile 75 kg arasındadır?

(b) Tahmini kaç öğrenci 80 kg ‘dan fazladır?

(a) Tahmini kaç öğrenci 66 ile 75 kg arasındadır?

$$a = \frac{66-72}{5} = -1.2$$

$$b = \frac{75-72}{5} = 0.6$$

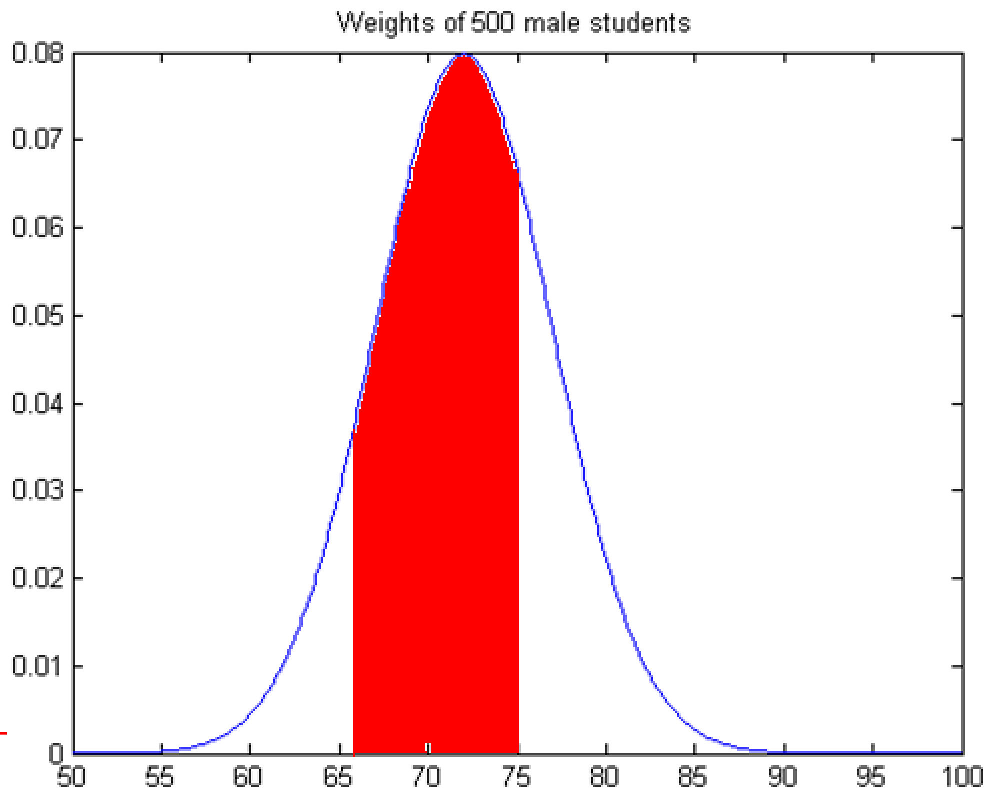
$$P = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-1.2}^{0.6} e^{-x^2/2} dx = F(0.6) - F(-1.2)$$

$$= 0.73 - 0.11$$

$$= 0.62$$

[66kg, 75 kg] öğrenci sayısı:

$$N = (500)(0.62) = 310$$



(b) Tahmini kaç öğrenci 80 kg dan fazladır?

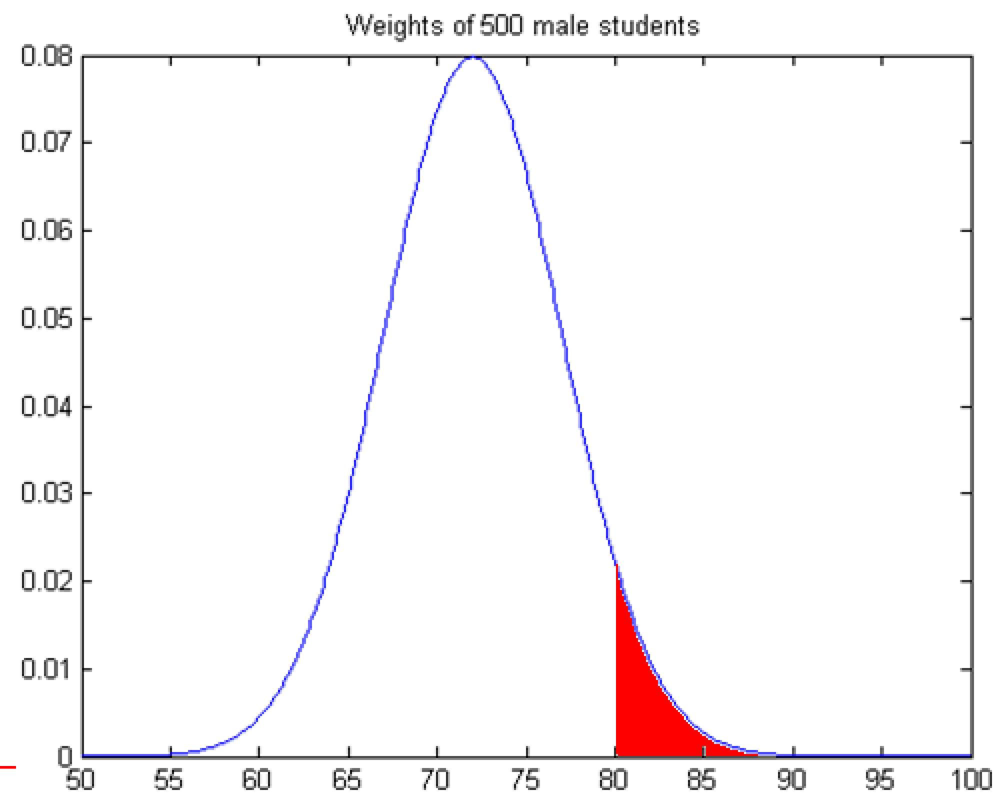
$$a = \frac{80-72}{5} = 1.6$$

$$P = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{1.6}^{\infty} e^{-x^2/2} dx \quad = 0.05$$

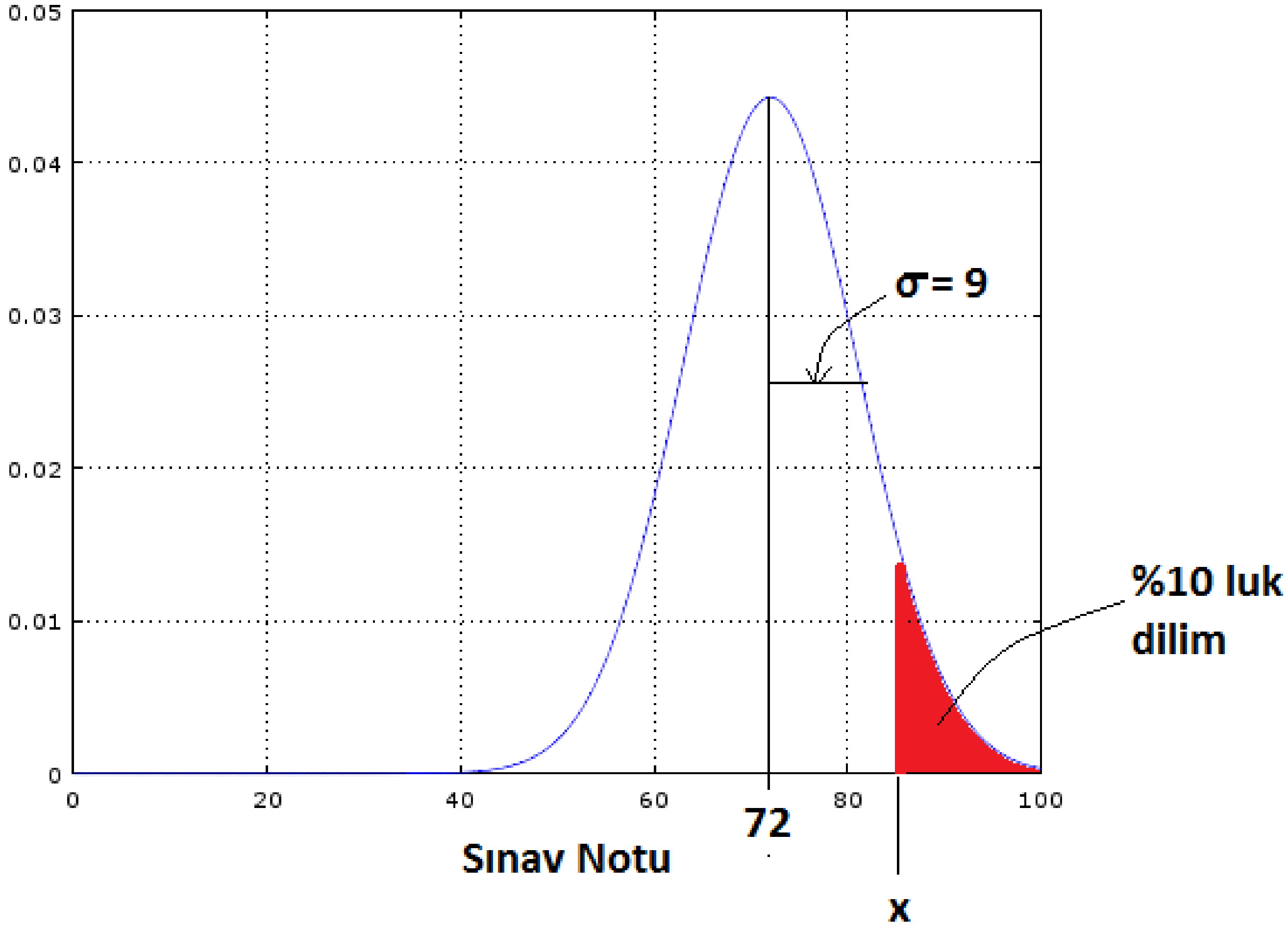
$$b = \frac{\infty - 72}{5} = \infty$$

80 kg'dan fazla öğrenci sayısı

$$N = (500)(0.05) = 25$$



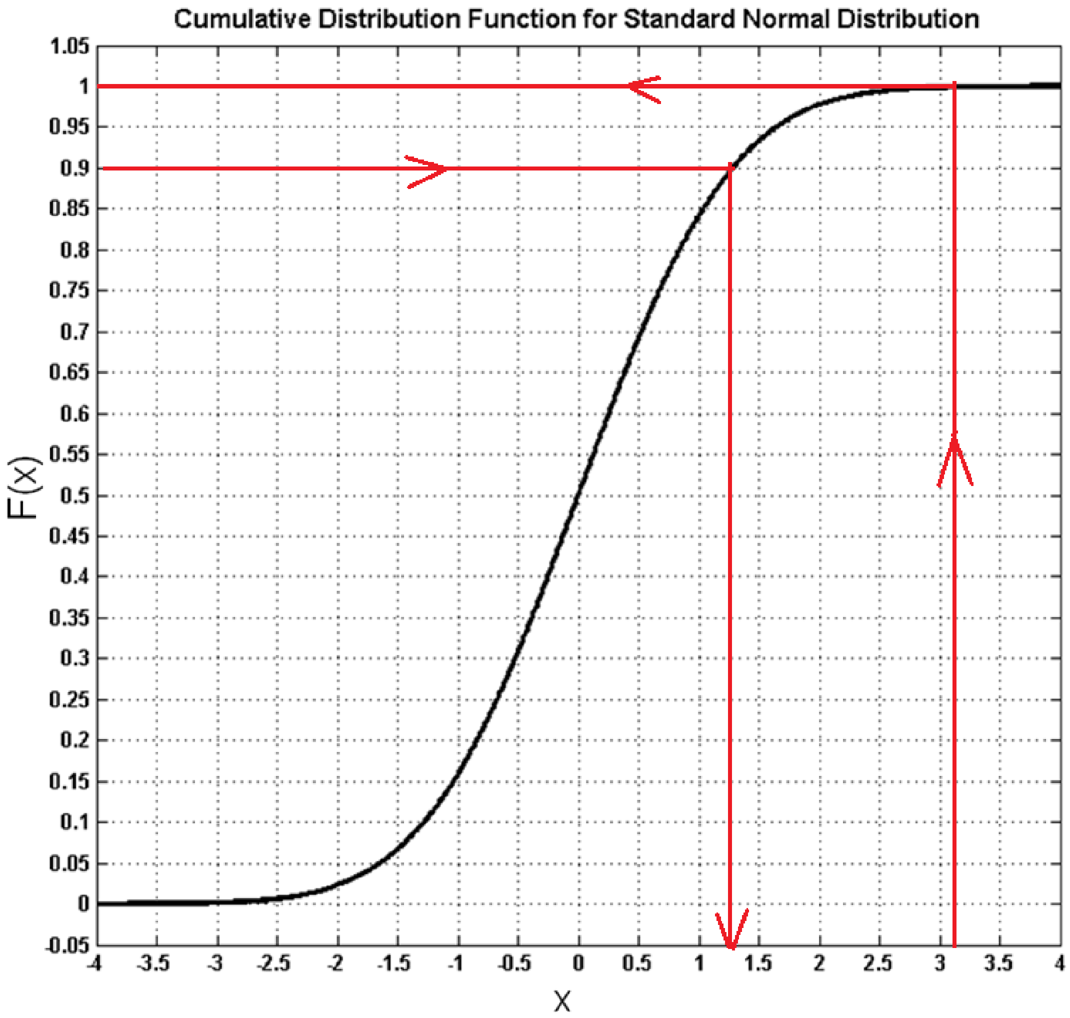
Örnek 17: Bir sınavın ortalaması 72 standart sapması 9'dur. En iyi %10'luk dilime giren öğrenciler AA notu alacaktır. Buna göre, bir öğrencinin AA notunu alması için ortalaması en az kaç olmalıdır?



Örnek 17-devam:

$$a=\frac{x-72}{9}$$

$$b=\frac{100-72}{9}=3.1$$



$$P=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{a}^{3.1}e^{-x^2/2}dx \quad =F(3.1)-F(a)=1-F(a)=0.1$$

F(a) = 0.9   ise a = 1.3   ve   x = 9*a+72 = 83.7 = **84**

Binom ve Normal Dağılım Yaklaşımı

n değeri büyüdükçe Binom Dağılımı, Normal Dağılım gibi düşünülüp model yapılabilir.

lim (Binom Dağılımı) = (Normal Dağılım)
***n* -> ∞**

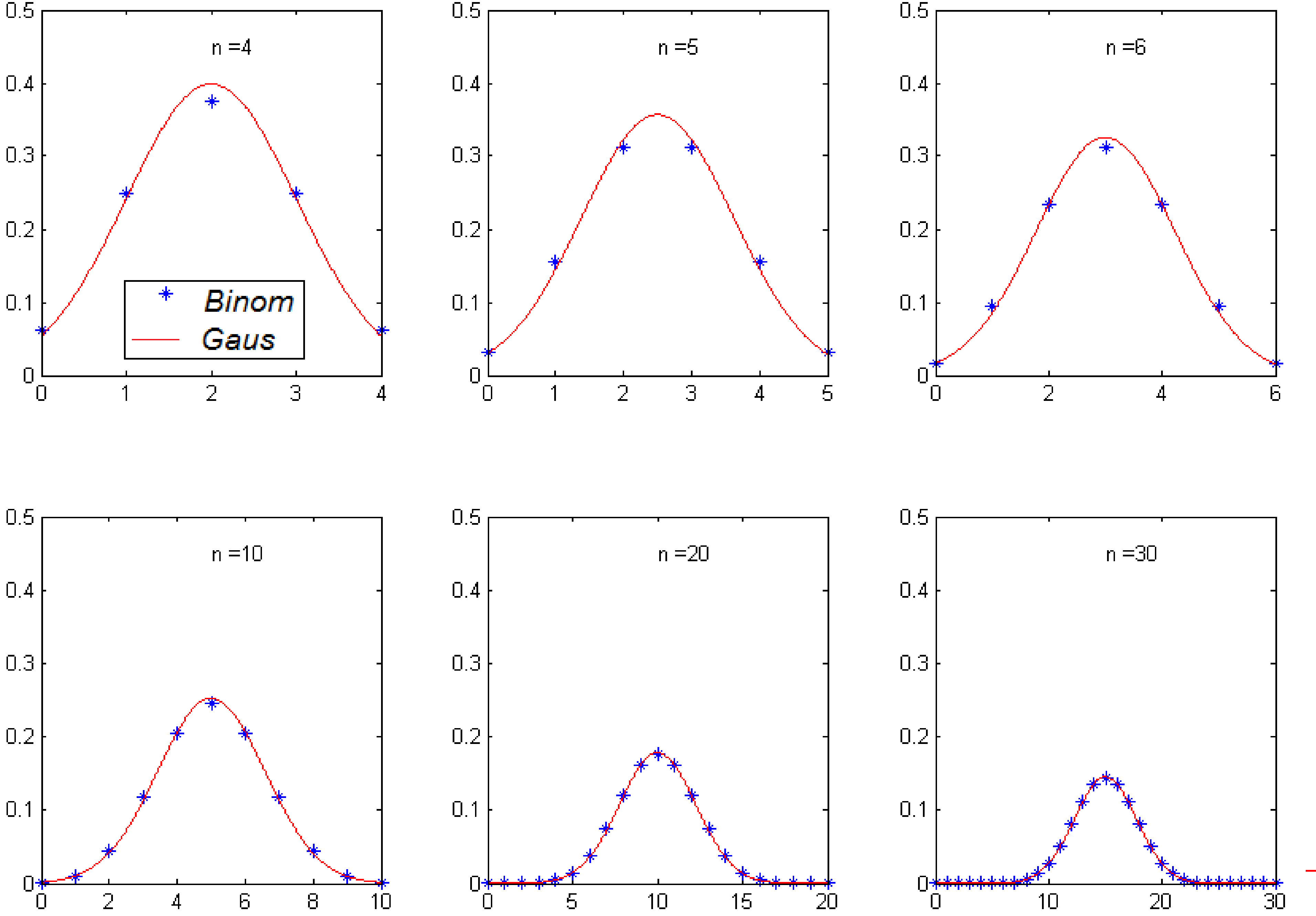
$$\lim_{n \to \infty} \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right)$$

$$\text{ortalama: } \quad np \quad \to \quad \mu$$

$$\text{standart sapma: } \quad \sqrt{np(1-p)} \quad \to \quad \sigma$$

$$\text{deger} \quad k \quad \to \quad x$$

Binomial Approximation to Gaussian Function for p = 0.5



İki Not

1) Uygulamada

$$np > 0.5 \quad \text{ve} \quad n(1-p) > 5$$

olması durumunda, binom dağılımı yaklaşım amacıyla normal dağılım kullanılabilir.

2) Gauss integrali hesaplanırken, n denemedeki k başarı sayısı için ±0.5 değeri eklenir.

Örnek 18: Ankarada yaşayan erişkinlerin %50'sinin en az bir kredi kartı vardır. Bu gruptan rassal seçilen 30 kişiden 19 tanesinde en az bir kredi bulunma olasılığı nedir?

Binom dağılımı

$n = 30$, $p = 0.5$, $1\text{-}p = 0.5$, $k = 19$, $n - k = 11$

$$p_{binom} = \binom{30}{19}(0.5)^{19}(1-0.5)^{11} = \mathbf{0.0509}$$

Normal dağılım

Düzeltme faktörü: n denemedeki k başarı sayısı için ±0.5 değeri eklenir. Buna göre hesaplamada19 ± 0.5 = [18.5, 19.5] kullanılır.

$\langle x \rangle = \mu = np = (30)(0.5) = 15$ ve $\sigma = (np(1-p))^{1/2} = 2.7386$

$x = 18.5 \rightarrow z = (18.5 - 15)/2.7386 = 1.28 \rightarrow \text{normcdf}(1.28) = 0.8997$

$x = 19.5 \rightarrow z = (19.5 - 15)/2.7386 = 1.64 \rightarrow \text{normcdf}(1.64) = 0.9495$

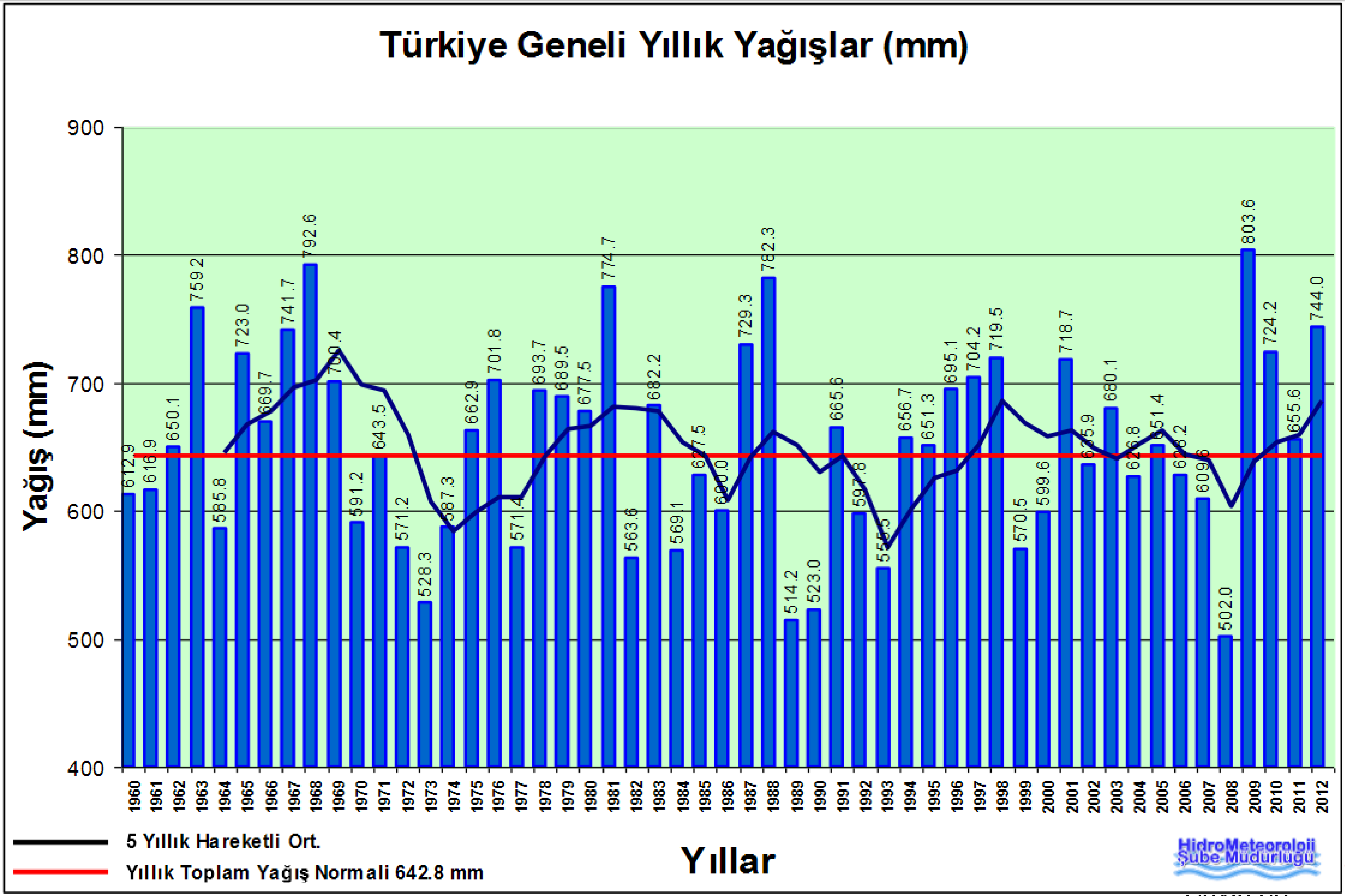
$P(x>18.5 \text{ ve } x<19.5) = P(z>1.28 \text{ ve } z<1.64) = 0.9495 - 0.8997 = \mathbf{0.0498}$

Bu iki sonuç birbirine oldukça yakındır.

Örnek Normal Dağılımlar

- Burada gerçek hayattan alınmış örnek normal dağılımlar sunulmuştur.
- Veri dağılımları histogram'la gösterilmiştir.
- Her dağılım uygun bir Gauss fonksiyonuna uydurulmuştur.

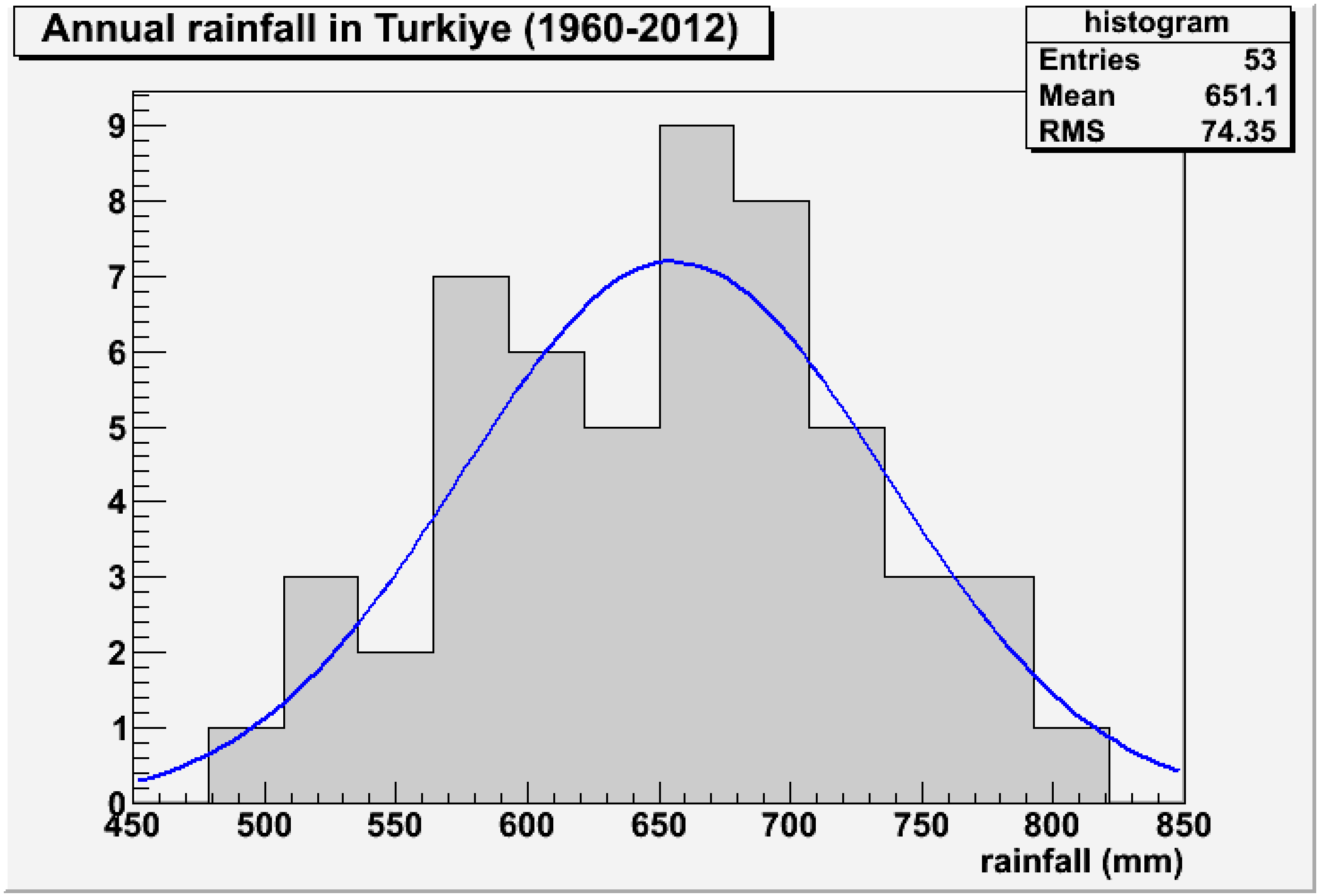
Yıllk Yağışlar (1960-2012)



Yıllık Yağışlar (1960-2012)

Ortalama : <x> = 651.10 mm

Std. Sap. : σ = 74.35 mm

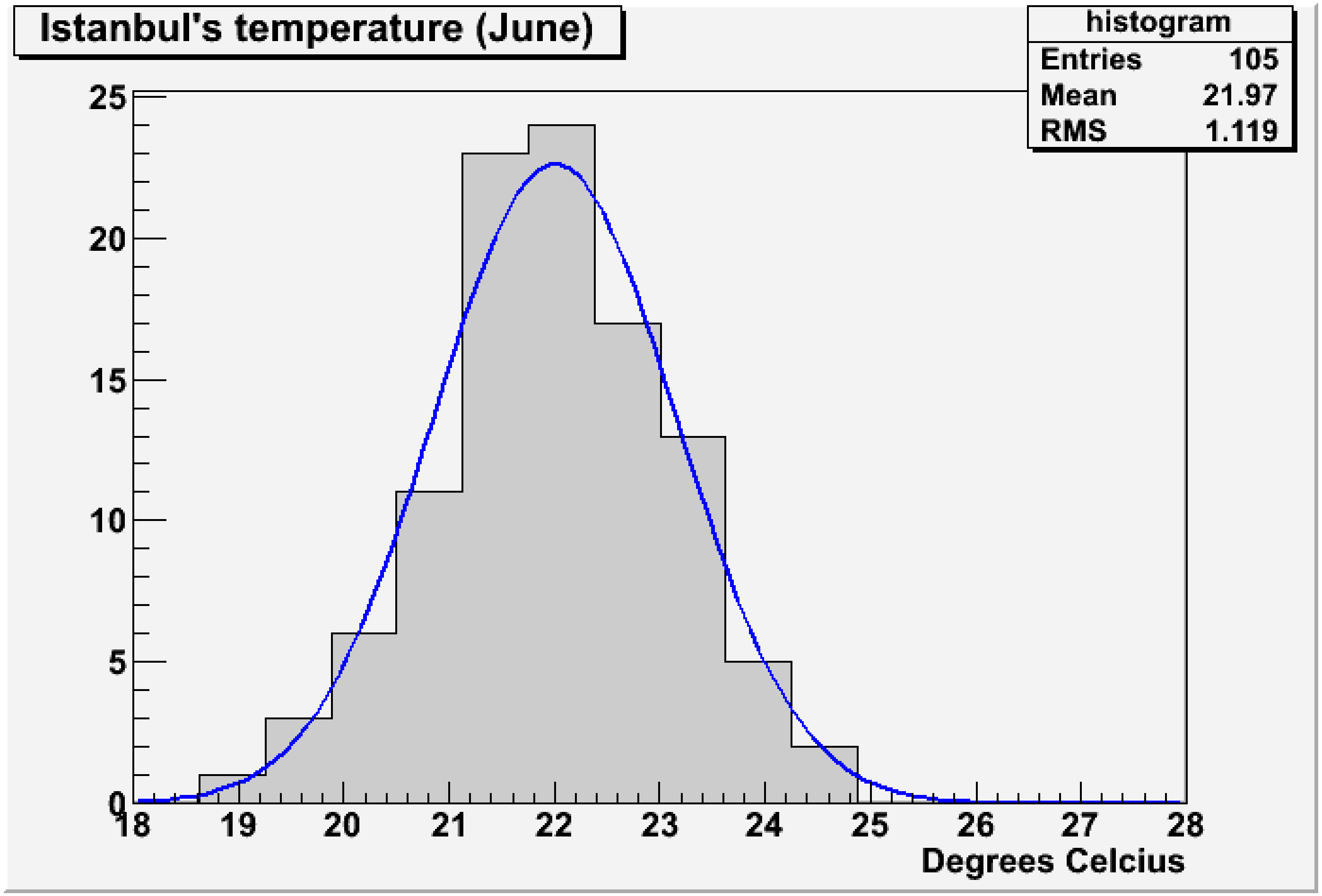


Data: http://www.mgm.gov.tr

İstanbul Haziran ayı sıcaklık dağılımı (105 yıllık).

Ortalama: $\langle x \rangle = 21.97\ ^{o}C$

Std. Sap.: $\sigma = 1.12\ ^{o}C$

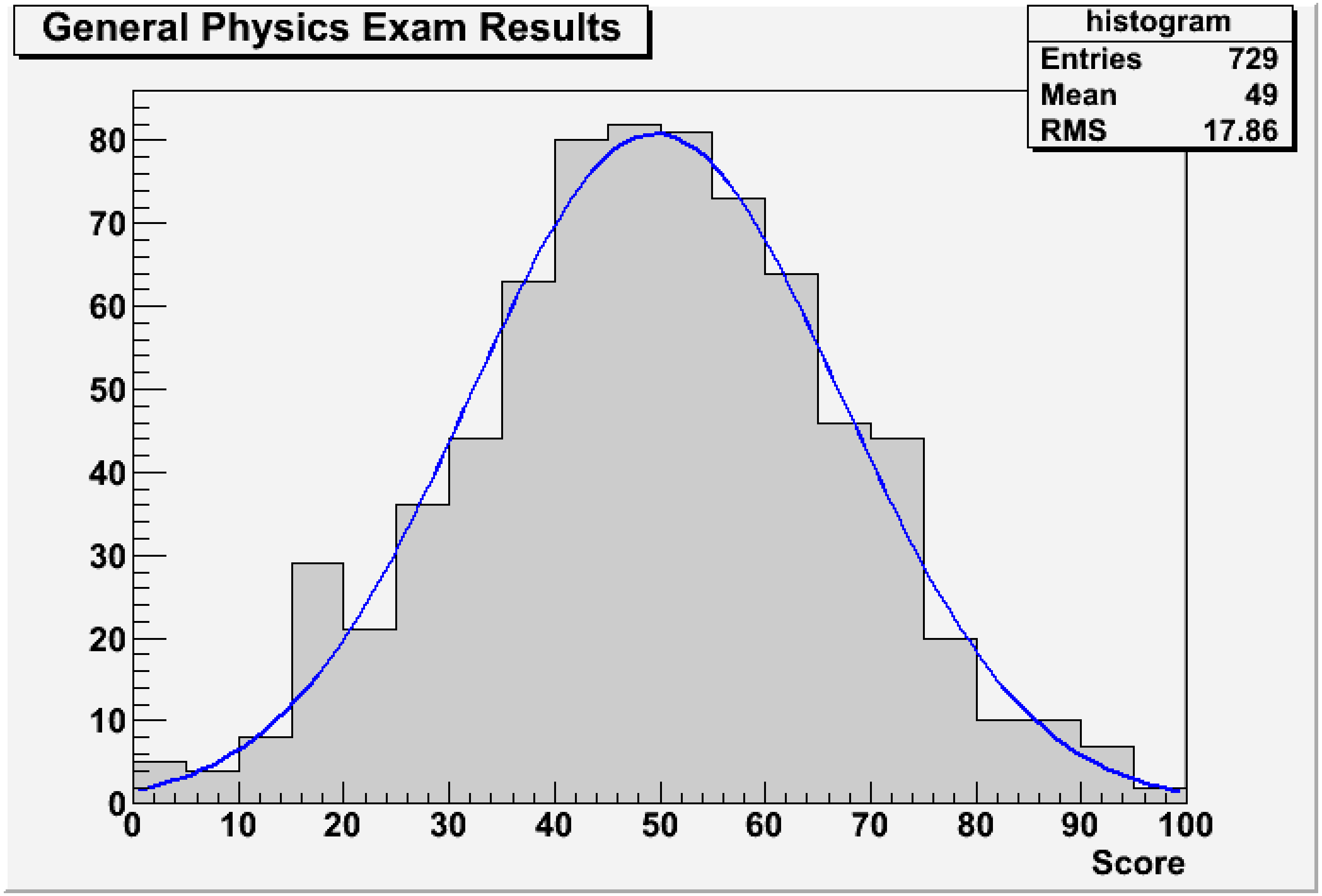


Data: http://data.giss.nasa.gov/tmp/gistemp/STATIONS/tmp_649170620000_14_0/station.txt

“EP106 General Physics II” dersinin sınav sonuçları (2010)

Ortalama : $\langle x \rangle = 49.0$

Std. Sap. : $\sigma = 17.9$

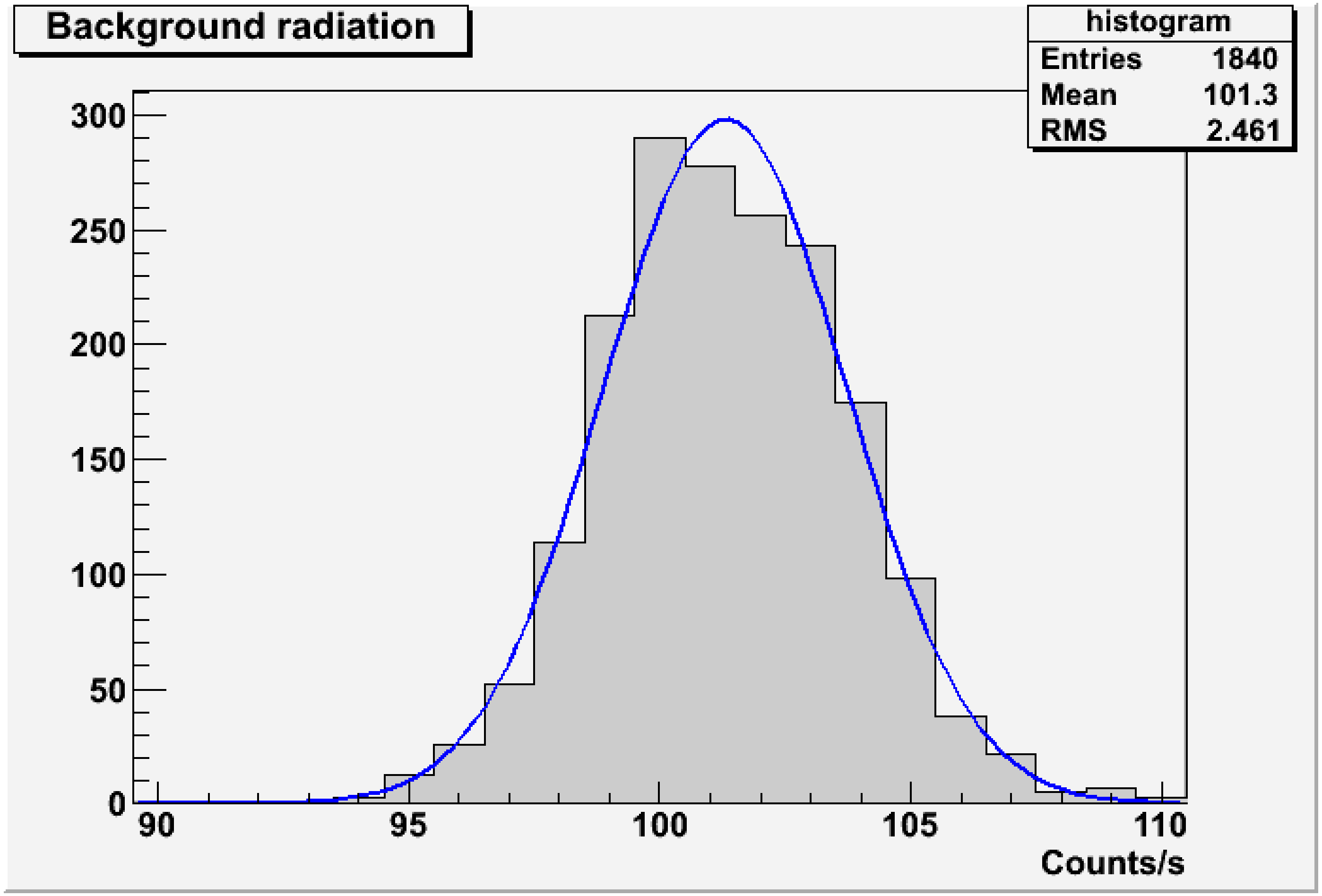


Data: http://www1.gantep.edu.tr/~physics/ep106/exam-statistics.php

Gaziantep’te ölçülen artalan radyasyonu (2013)

Ortalama : $\langle x \rangle = 101.3$ sayım / sn

Std. Sap. : $\sigma = 2.5$ sayım / sn

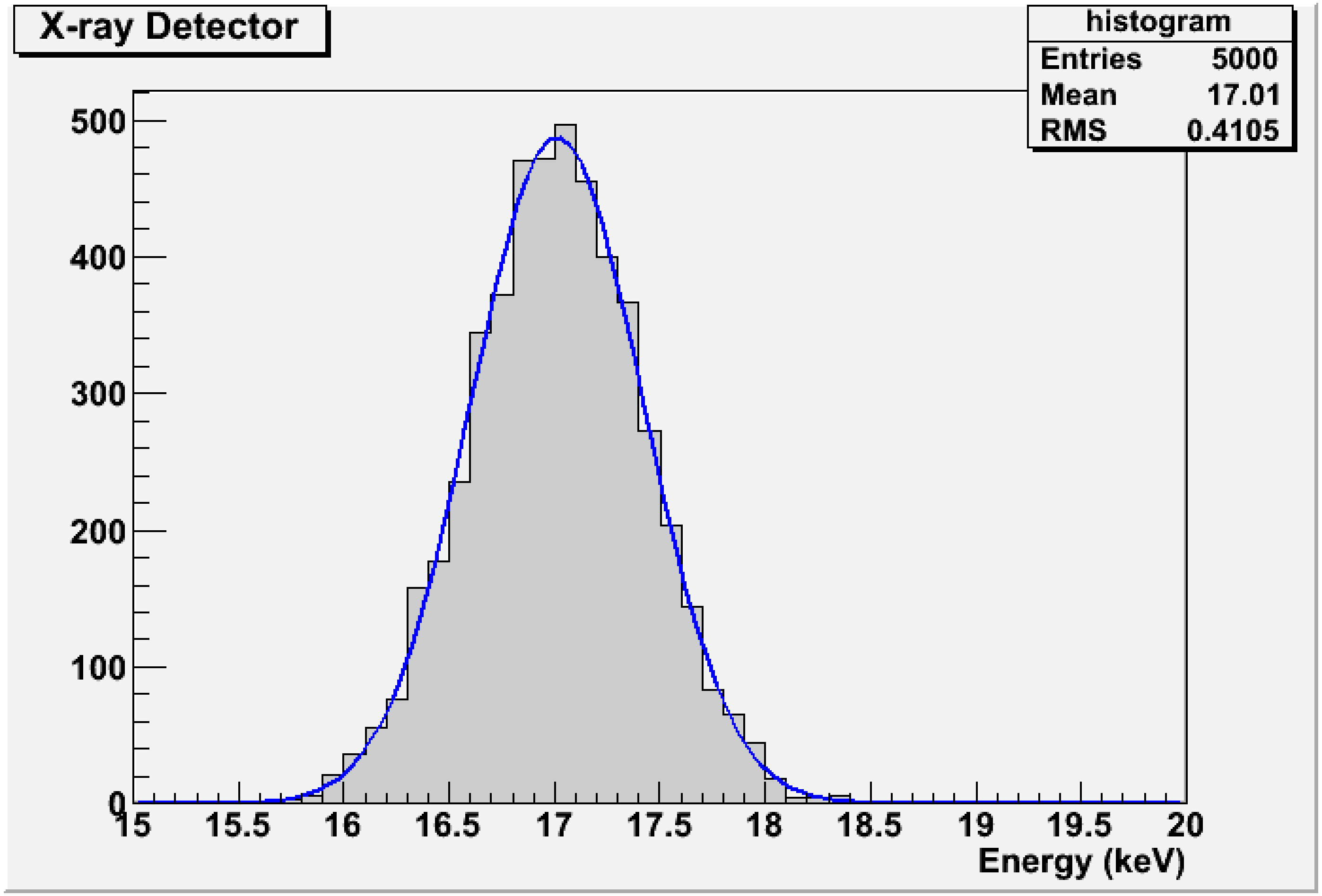


Data is obtained by: Research Assistant Sadık Zuhur (University of Gazaintep)

X-Ray algıcından ölçülen enerji

Ortalama : <x> = 17.0 keV

Std. Sap. : σ = 0.4 keV *(buna enerji çözünürlüğü denir)*



30 para atıldıktan sonra gelen tura sayısının dağılımı (sim.)

ortalama: $\langle x \rangle = 14.8$

Std. Sap: $\sigma = 2.7$