

HAFİF SÖNÜMLEMELİ ESNEK SİSTEMLERİN GİRDİ KOMUTU BİÇİMLENDİRME TEKNİĞİ İLE ARTIK TİTREŞİMLERİNİN AZALTILMASI

Sadettin KAPUCU, Mahmut KAPLAN
Gaziantep Üniversitesi, Makine Mühendisliği Bölümü 27310, GAZİANTEP
kapucu@gantep.edu.tr, mahmutkaplan@mynet.com

ÖZET

Bu çalışma, hafif sönümlemeli esnek sistemlerin, açık döngü denetimi anlayışıyla, kalıcı titreşimini azaltmak için kullanılan, girdi komutu biçimlendirme tekniğini ele almaktadır. Önerilen yöntem, esnek sistemlerin hareketi sonunda istenilen konumda titreşimsiz veya titreşimi azalmış bir şekilde kalması için, bir rampa fonksiyonu, genelde yüksek hızlı kam profillerinde kullanılan sikloid fonksiyonu ve versine fonksiyonun üst üste konması oluşan girdinin sisteme verilmesine dayanmaktadır. Bu metodun uygulanabilirliğini göstermek amacıyla; kütle, yay ve sönümleyiciden oluşan basit bir mekanik model seçilmiş ve benzeşim sonuçları sunulmuştur. Sonuçlar, girdi komutu uygun şekilde tasarlanırsa, hafif sönümlemeli esnek sistemlerin titreşimin, belirlenen hareket süresi değiştirilmeden yok edile bilindiğini veya önemli derecede azaltıla bilindiğini göstermektedir. Ayrıca bu girdi komutunun sistem parametrelerine karşı gürbüzlüğü araştırılmıştır.

Anahtarlar: Girdi komutu biçimlendirme, açık döngü denetimi, hafif sönümlemeli esnek sistemler, artık titreşim

VIBRATION REDUCTION OF LIGHTLY DAMPED FLEXIBLE SYSTEMS USING COMMAND SHAPING METHOD

ABSTRACT

This paper deals with a command input shaping method as an open loop control approach to suppress residual vibration of a lightly damped flexible system. Suggested method includes a reference input, which consists of superimposing a cycloid onto ramped versine-ramp function given the system to eliminate or reduce vibrations at the end of the move. This method is applied on a simple model consisting of mass, spring and simulation results are presented. The results show that if input signal is preshaped properly, vibration of lightly damped flexible system is eliminated or reduced considerably without changing desired move time. In addition, robustness to uncertainties in the system parameter of this preshaped input is investigated.

Keywords: Command shaping method, open loop control, lightly damped flexible systems, residual vibration

1.GİRİŞ

Günümüzde, teknolojik gelişmelere paralel olarak birçok mekanik sistemin daha hafif yapılmasına olanak kılmaktadır. Ancak bu eğilim sistemlerin daha esnek ve denetimlerinin daha zor olmasına neden olmaktadır. Bu problemin çözümünde birçok araştırmacı iki ana yaklaşım üzerinde yoğunlaşmıştır. Bu yaklaşımlardan birincisi olan geri beslemeli denetim yaklaşımıdır [1-3]. Diğer ise ileri besleme yaklaşımı olan, girdi biçimlendirme yöntemidir. Esnek sistemlerdeki kalıcı titreşimin azaltılmasında etkili olan ikinci yaklaşım, birçok araştırmacının dikkatini çekmiştir. Bunun sonucunda bu konuda önemli miktarda

araştırma yapılmıştır. Örneğin Aspinwall [4] esnek sistemlerde titreşimsiz hareket elde etmek için kuvvet fonksiyonu olarak sinüs fonksiyonun Fourier serisini kullanmıştır. Meckl ve Seering [5] ise girdi komutu olarak, harmonik terimlerin toplamını içeren versine fonksiyonunu kullanmışlar ve bu metodu kartezyen robotta uygulamışlardır. Şahinkaya [6] ters dinamik kullanılarak istenilen çıktının üçüncü dereceden polinom olmasını sağlayacak girdi biçimlendirme metodu önermiş ve önerilen yöntemin gürbüzlüğü benzeşim sonuçları ile değerlendirmiştir.

Diğer girdi biçimlendirme teknikleri ise sınırlı sayıda ivme girdisi seçerek kalıcı titreşimi azaltmayı içermektedir. Cuciuo vd. [7], eşit adım ve sürelerde değişen ivme yörüngesini girdi olarak seçmiş ve bu yöntemin verimliliğini iki araç üzerinde denemişlerdir. Mimmi ve Pennachi [8] ise farklı zaman aralıklarında sabit ivme ve trapezoidal ivme girdisini analiz etmiştir. Alıcı vd. [9], ise sikloid, sabit hız ve sikloid'den oluşan ivme yörüngesi önermişler ve metotlarını asılı cisimlerin robotla salınım sız olarak taşınmasında kullanmışlardır. Singer ve Seering'in geliştirdiği girdi biçimlendirme metodu, günümüzde yaygın bir biçimde tanınan ve sözü edilen yöntemlerden biridir [10]. Bu metotta bir darbe dizisi istenilen ana fonksiyon ile evriştirilerek biçimlenmiş komut üretilmektedir. Bu metot birçok araştırmacı tarafından incelenmiş, geliştirilmiş ve birçok sisteme de uygulanmıştır. Murpy ve Watanable [11] kalıcı titreşimleri azaltmak için yukarıda söz edilen metodu kullanarak sayısal biçimlendirme filtresini türetmiştir. Girdi biçimlendirme metodu köprülü vinçlerdeki kaldırma ve taşıma denetimi için kullanılmıştır. Öte yandan, girdi biçimlendirmenin birkaç uyarlaması, optimum zaman denetim ile karşılaştırılmıştır [12]. Devirme tipi otomatik demir döküm potalarındaki sıvının çalkalanması denetimi için ileri besleme denetimi, aynı metotla yapılmıştır [13]. Bir başka uygulama ise elektronik devre dizin yonga yerleştiricisinin bir noktadan diğer noktaya hareketinin hızlı ve doğru bir şekilde yapılmasıdır [14]. Girdi biçimlendirme tekniği ile koordinat ölçüm cihazlarının, ölçüm tekrar edilebilirliğini geliştirilmesidir [15]. Alıcı vd. [16], bir rampa fonksiyonun bir sikloid fonksiyonuyla üst üste gelmesi ile oluşan girdi biçimleme metotları ile yukarıda adı geçen girdi biçimlendirme [10] metodunu robot kolu uçuna asılı cismin taşınması sırasında oluşan artık titreşim azaltmada hangisinin etkili olduğunu belirlemek için karşılaştırmışlardır. Bu çalışmada önerilen, girdi komutu biçimlendirme, bir rampa fonksiyonun üzerine, genelde yüksek hızlı kam profillerinde kullanılan sikloid fonksiyonu ve versine fonksiyonun konulması ile yapılmıştır. Rampa, sikloid ve versine fonksiyonlarının genlikleri, toplam seyahat mesafesi ve taşıma zamanına uygun bir şekilde belirlenmiştir. Bu çalışma aşağıdaki şekilde düzenlenmiştir. 2. kısımda, sistemin matematik modellemesi yapılmıştır. 3. kısımda ise bir rampa fonksiyonun, sikloid ve versine fonksiyonlarıyla üst üste konması ile üretilen girdi fonksiyonun üretilmesi anlatılmıştır. 4. kısımda simülasyon sonuçları gösterilmiştir. 5. kısımda önerilen metod ile Singer ve Seering'in [10], Şahinkaya'nın [6] ve

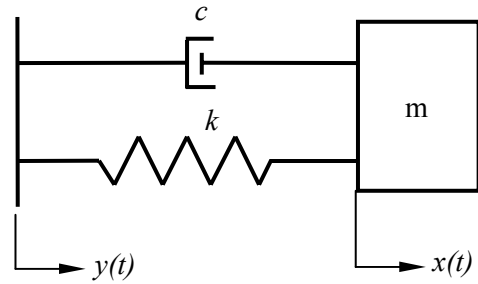
Kapucu vd.'nin [18] metotlarının sistem parametrelerindeki değişime karşı gürbüzlüğü karşılaştırılmıştır. 6. kısımda sonuç düşünceleri ve gelecekteki araştırmaların yönü ifade edilmiştir.

2. SİSTEMİN MODELLENMESİ

Çoğu esnek mekanik sistemler, konuma ve hıza bağlı kuvvetlerin etkisi altında hareket eden kütlelerden oluşmaktadır. Bu nedenle, bu tür sistemler ikinci dereceden doğrusal diferansiyel denklemle modellenenir. Şekil 1 de görülen basit mekanik sistem, konum ve hız kuvvetlerinin ve dışarıdan uygulanan konum ve kuvvetlerin etkisi altında tek koordinat ekseninde hareket eden eylemsizlik elemanına sahiptir. Büyük çoğunlukta mekanik sistemin bu biçime modellenenir. Böyle bir sistemin hareket denklemi aşağıdaki gibi olacaktır.

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2x = 2\zeta\omega_n\dot{y} + \omega_n^2y \quad (1)$$

Burada, $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$ sistemin doğal frekansı, ζ sistemin sönümlenme oranıdır.



Şekil 1 Sönümlenme katsayısı c , yay sabiti k olan ikinci dereceden doğrusal mekanik sistem.

3. KALICI TİTREŞİMİ YOK ETME

Zorlayıcı fonksiyonun biçimi ne olursa olsun, eğer seyahat zamanı τ

$$\tau = \frac{2k\pi}{\omega_n}, \quad k = 1, 2, 3, 4, \dots, n \quad (2)$$

olarak seçilirse bu zamandan sonra titreşim olmayacaktır. (2) de, görüldüğü gibi, zorlayıcı kuvvet sistemden alındığı anda,

kütle bir, iki, üç, veya n tane tam salınım dan sonra, hızı başlangıç konumundaki ile aynı olacaktır ve sistem hareketsiz kalacaktır [17]. Bu durumda seyahat zamanı, titreşim periyodu ile sınırlanmıştır. Eğer seyahat zamanı, bir veya daha fazla tam periyottan farklı ise, kalıcı titreşim gözlemlenecektir. Bu istenmeyen durum, seyahat zamanını uygun referans sinyal girdisi ile ayarlayarak, bertaraf edilebilir. Bu çalışmada seçilen yer değişim (yörünge) fonksiyonu, üç fonksiyonun toplanması ile oluşmuştur.

3.1 Sikloid+Versine+Rampa Fonksiyonu

Önerilen referans girdisi üç fonksiyondan oluşmaktadır. Belirlenmiş hareket süresince, hareketin başlangıcından bu sürenin sonuna yapılan toplam mesafe, bu girdiyi oluşturan üç fonksiyonun ayrı ayrı aynı sürede yaptıkları mesafelerin toplamına eşittir. Burada kullanılan referans girdisi, belirlenmiş seyahat süresini ve toplam mesafeyi değiştirmeden, her üç fonksiyonun genliğini ve yer değişimini ayarlayarak, esnek mafsallı uzuvdaki titreşimi azaltmakta veya yok etmektedir. Böylece önceden belirlenmiş hareket süresi sonunda, istenilen konumda, titreşimsiz kalması sağlanmaktadır. Sikloid-rampa, versine-rampa ve rampa fonksiyonun hareket profili şu şekilde ifade edilebilir:

$$y = \frac{Y_1 R t}{2\pi} + \frac{Y_2}{2\pi} [R t - \sin(R t)] + \frac{Y_3 R t}{2\pi} + \frac{Y_3}{2\pi} [1 - \cos(R t)] \quad (3)$$

Burada Y_1 rampa fonksiyonun yer değişimini, Y_2 sikloid fonksiyonun genliğini, Y_3 rampa versine fonksiyonun genliğidir. Ayrıca t hareket süresince

$$C = -\frac{Y_2 [(2\zeta\omega_n R)^2 + (\omega_n^2 - R^2)\omega_n^2] + Y_3 (2\zeta\omega_n R^3)}{2\pi [(\omega_n^2 - R^2)^2 + (2\zeta\omega_n R)^2]},$$

$$C_1 = -A - D, \text{ ve } C_2 = -\frac{\zeta\omega_n C_1 - B - CR}{\omega_d}$$

$$D = \frac{Y_2 [(2\zeta\omega_n R^3)(\omega_n^2 - R^2)] + Y_3 [(2\zeta\omega_n R)^2 R^2 - \omega_n^2 ((\omega_n^2 - R^2)^2 + (2\zeta\omega_n R)^2)]}{2\pi (\omega_n^2 - R^2) [(\omega_n^2 - R^2)^2 + (2\zeta\omega_n R)^2]}$$

Bu çözüm $0 \leq t \leq \tau$ aralığında geçerlidir. Bu süreden sonra, $t \geq \tau$, toplam mesafe olan $y = L$ 'ye eşit olması istenmektedir. Dolayısıyla bu denklemin çözümü aşağıdaki gibidir.

geçen zamanı, $R = 2\pi/\tau$, ve τ seyahat süresini göstermektedir. Ön şart olarak toplam yer değişim L aşağıdaki gibi alınır,

$$L = Y_1 + Y_2 + Y_3 \quad (4)$$

ve denklem buna göre tekrar düzenlenirse;

$$y = \frac{LRt}{2\pi} - \frac{Y_2}{2\pi} \sin(Rt) + \frac{Y_3}{2\pi} (1 - \cos(Rt)) \quad (5)$$

olacaktır. Buna karşılık gelen hız profili de;

$$\dot{y} = \frac{LR}{2\pi} - \frac{Y_2 R}{2\pi} \cos(Rt) - \frac{Y_3 R}{2\pi} \sin(Rt) \quad (6)$$

olacaktır. Hareket denklemi, yer değişim denklemi ve bu denklemin türevinin alınmasıyla oluşan hız denkleminin yardımıyla ,başlangıç şartları sıfır kabul edilerek çözülürse:

$$x = e^{-\zeta\omega_n t} [C_1 \sin \omega_d t + C_2 \cos \omega_d t] + A + B + C \sin Rt + D \cos Rt \quad (7)$$

olacaktır.

$$\text{Burada } A = \frac{Y_3}{2\pi},$$

$$B = \frac{L}{\tau},$$

$$x = e^{-\zeta\omega_n(t-\tau)}[C_3 \sin \omega_d(t-\tau) + C_4 \cos \omega_d(t-\tau)] + L \quad (8)$$

Burada gelişigüzel seçilen C_3 ve C_4 sabitleri, (8) ve onun türevinin alınmasıyla meydana gelen denklemde hareket süresi t yerine seyahat süresi τ konularak hesaplanır.

Buradaki amaç kalıcı titreşimi sıfır yapacak girdi üretmektir. Bunun için, C_3 ve C_4 değerlerinin seyahat süresi sonunda $t > \tau$ sıfır olması gerekir. Böylece bu denklemler, $L = Y_1 + Y_2 + Y_3$ yardımıyla, Y_1 , Y_2 ve Y_3 için çözüldüğünde,

$$\begin{aligned} Y_1 &= \frac{LR(R - 2\zeta\omega_n)}{\omega_n^2} = \frac{L\tau_n(\tau_n - 2\zeta\tau)}{\tau^2} \\ Y_2 &= L\left(1 - \frac{R^2}{\omega_n^2}\right) = L\left(1 - \frac{\tau_n^2}{\tau^2}\right) \\ Y_3 &= \frac{L2\zeta R}{\omega_n} = \frac{L2\zeta\tau_n}{\tau} \end{aligned} \quad (9)$$

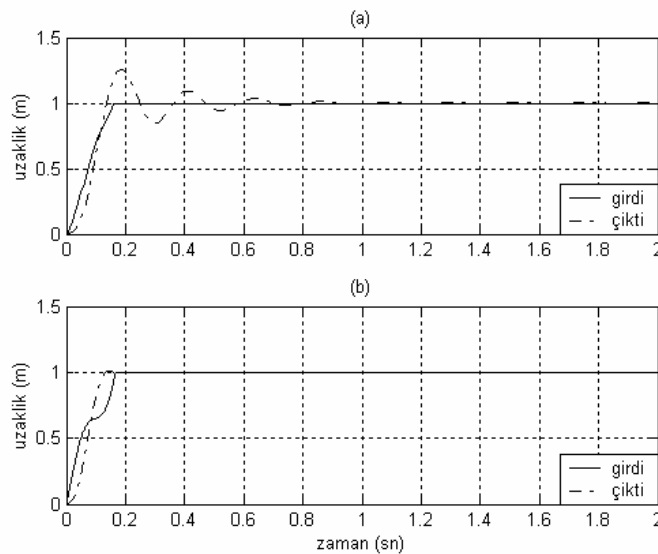
olarak elde edilecektir. Belirlenmiş seyahat süresi olan τ 'da, toplam mesafe L için, Y_1 , Y_2 , ve Y_3 değerleri, sistemin titreşimsiz yer değişmesini sağlayacaktır.

4. BENZEŞİM

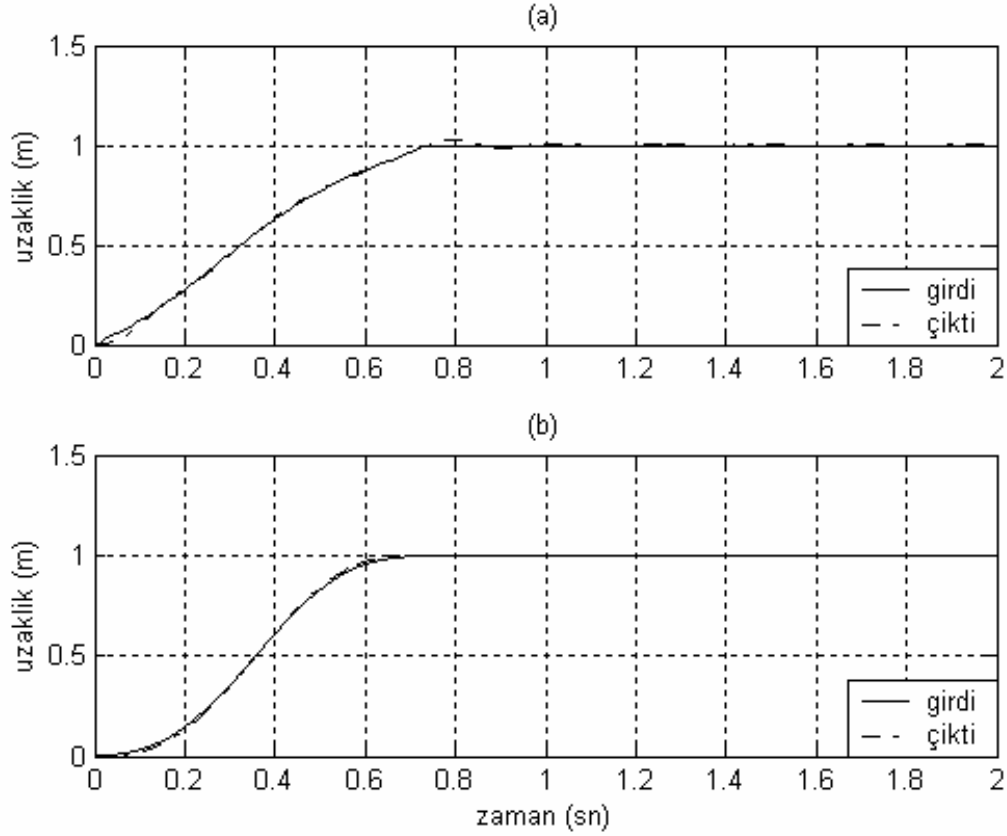
Önerilen metodun kullanabilirliği, Şekil 1 de verilen ikinci dereceden doğrusal mekanik sistemde

benzeşimi yapılarak, araştırılmıştır. Sahinkaya'nın [6] yöntemi ile karşılaştırmak için onun vermiş olduğu kütle $m = 1$ kg, yay sabiti $k = 800$ N/m ve sönümlleme katsayısı $c = 9$ Ns/m kullanılmıştır. Böylece sistemin doğal frekansı $\omega_n = 28.28$ rad/sec ve sönümlleme oranı $\zeta = 0.159$ bulunmuştur. Seyahat süresi olarak iki farklı değer $\tau = 0.167$ san. ve $\tau = 0.74$ san. alınmıştır. Aşağıdaki şekillerde bu seyahat süreleri kullanılarak rasgele alınan ve hesaplanan Y_1 , Y_2 , Y_3 değerleriyle oluşturulan girdi komutunu benzeşimi Şekil 2 ve Şekil 3'de sırasıyla verilmiştir.

Şekil 2 ve 3 gösteriyor ki Y_1 , Y_2 , Y_3 değerleri gelişigüzel alınarak oluşturulan girdi fonksiyonu sisteme verildiğinde titreşimli hareket elde edilmektedir. Eğer Y_1 , Y_2 , Y_3 değerleri denklem (9) kullanılarak elde edilirse sistem istenilen seyahat süresi sonunda titreşimsiz olmaktadır. Sistem parametreleri olan sistemin doğal frekansı ve sönümlleme oranı doğru tahmin edilirse amaçlanan titreşimsiz hareket elde edilmektedir. Girdi komutunun bu parametrelerin değişikliğine karşı gürbüzlüğü aşağıdaki bölümde araştırılmıştır.



Şekil 2 a) Rasgele alınan $Y_1 = 0.5$ m, $Y_2 = 0.25$ m, $Y_3 = 0.25$ m, b) Denklem (9) kullanılarak hesaplanan Y_1 , Y_2 , Y_3 değerleriyle oluşturulan girdi komutunun seyahat süresi $\tau = 0.167$ saniye için benzeşimi.



Şekil 3 a) Rasgele alınan $Y_1 = 0.5$ m, $Y_2 = 0.25$ m, $Y_3 = 0.25$ m, b) Denklem (9) kullanılarak hesaplanan Y_1 , Y_2 , Y_3 değerleriyle oluşturulan girdi komutunun seyahat süresi $\tau = 0.74$ saniye için benzeşimi

5. GÜRBÜZLÜK

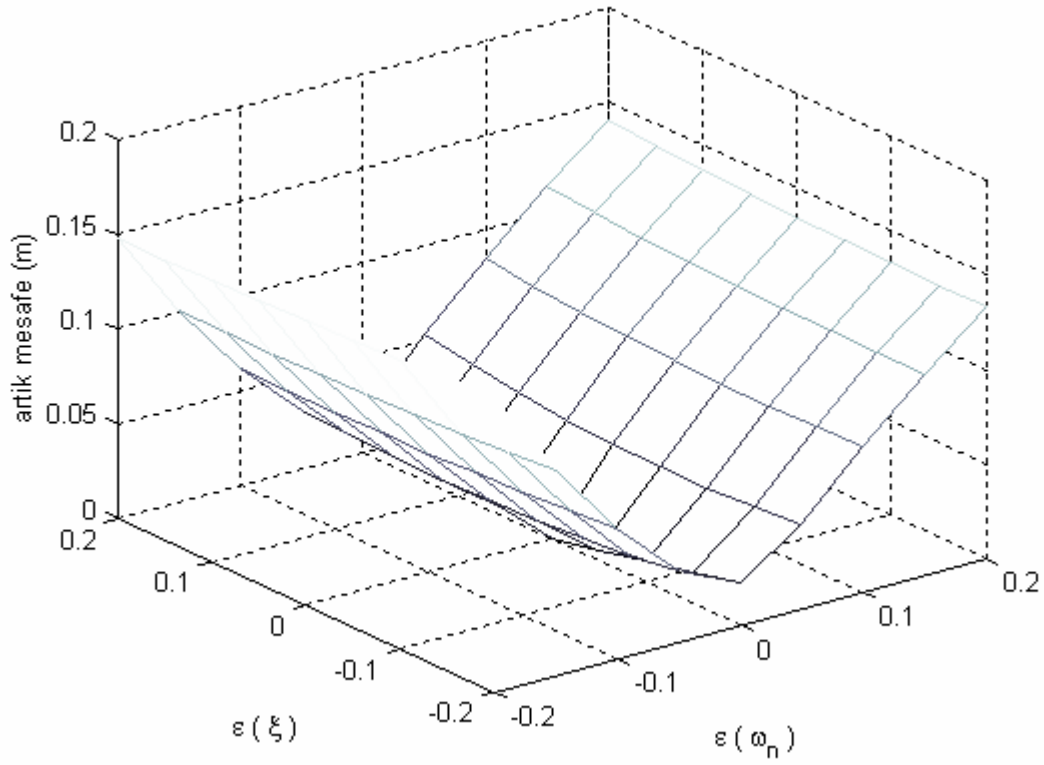
Girdi fonksiyonun sistem parametrelerindeki değişime karşı gürbüzlüğünü, Şahinkaya'nın [6], Singer ve Seering'in [10] ve Kapucu'nun (melez girdi biçimlendirme) [18] metodlarıyla karşılaştırmak için aşağıdaki hata fonksiyonu [6] tanımlanmıştır.

$$\varepsilon(\omega_n) = \frac{\omega_n^*}{\omega_n} - 1, \quad \varepsilon(\zeta) = \frac{\omega_n^*}{\zeta} - 1 \quad (10)$$

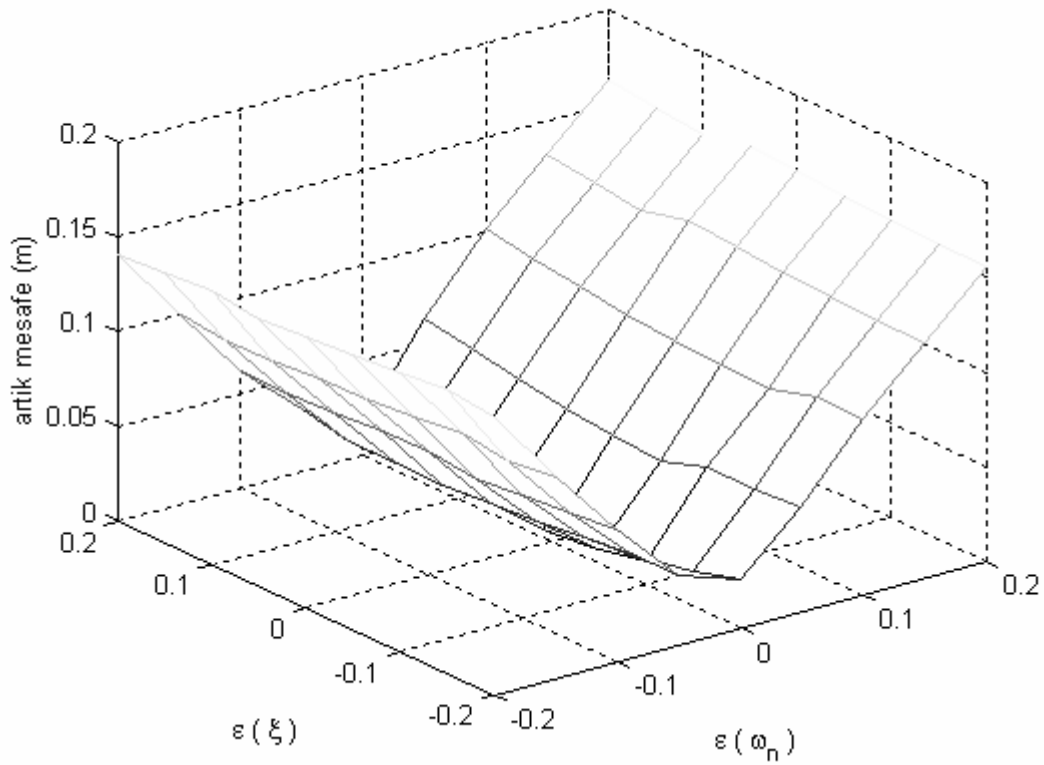
burada ω_n^* ve ζ^* tahmin edilen sistemin doğal frekansı ve sönümlleme oranını göstermektedir. Hata fonksiyon aralığı -0.2 ile 0.2 arasında olan

önerilen metodun, Singer ve Seering'in [10] ve Şahinkaya'nın [6] girdi biçimlendirme tekniği ile oluşturulan girdi fonksiyonun seyahat süresi $\tau = 0.167$ saniye için gürbüzlük grafikleri sırasıyla Şekil 4, Şekil 5 ve Şekil 6' da görülmektedir.

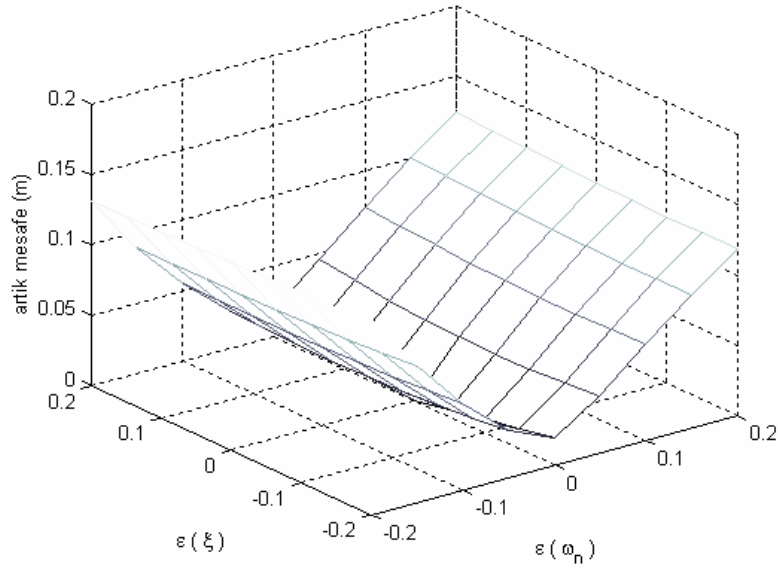
Önerilen girdi komutunun sistem parametrelerine karşı gürbüzlüğün artırmak için melez girdi biçimlendirme tekniği kullanılmıştır [18]. Bu teknik yukarıda anlatılan biçimlenmiş girdi komutu ile Singer ve Seering'in [10] geliştirdiği girdi komutunun evriştirilmesinden oluşmaktadır. Şekil 7 de görüldüğü bu komut kullanılarak sistemin gürbüzlüğü önemli ölçüde iyileştirilmiştir. Melez girdi metodunun Şahinkaya'nın [6] önerdiği metottan da daha gürbüz olduğu şekil 7 de görülmektedir.



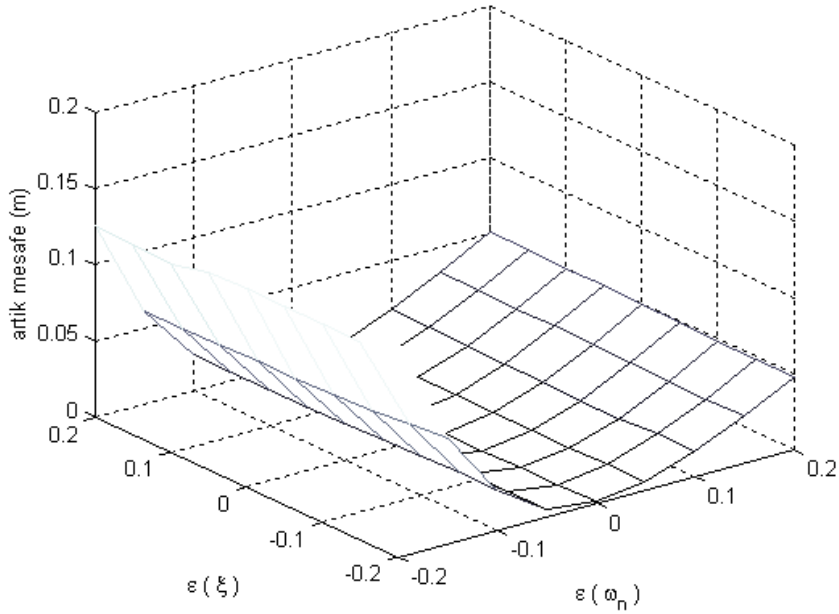
Şekil 4 Denklem (9) kullanılarak hesaplanan Y_1 , Y_2 , Y_3 değerleriyle oluşturulan girdi komutunun seyahat süresi $\tau = 0.167$ saniye için gürbüzlük grafiği.



Şekil 5 Singer ve Seering'in [10] girdi biçimlendirme tekniği ile girdi komutunun seyahat süresi $\tau = 0.167$ saniye için gürbüzlük grafiği.



Şekil 6 Şahinkaya'nın [6] önerdiği girdi komutunun seyahat süresi $\tau = 0.167$ s için gürbüzlük grafiği



Şekil 7 Melez girdi komutunun seyahat süresi $\tau = 0.167$ s için gürbüzlük grafiği

6.SONUÇ

Bu çalışmada, hafif sönümlmeli esnek sistemlerin, kalıcı titreşimi azaltmak için kullanılabilecek, sistemli bir metot tanıtılmıştır. Benzeşim sonuçları göstermiştir ki, girdi komutu olarak, bir rampa fonksiyonu üzerine matematiksel olarak tanımlanabilen iki fonksiyon, seçilirse seyahat sonunda titreşimsiz hareket elde edilebilmektedir. Bu metot sayesinde, hareket zamanını sınırlamadan ve artırmadan, seyahat sonunda titreşimsiz hareket

elde edilebilmektedir. Bu metot basit ve kolay uygulanabilir. Aynı zamanda esnek sistemlerin kalıcı titreşimi azaltmada ve/veya yok etmede, etkili bir yol olarak düşünülebilir. Ayrıca yukarıda anlatılan melez girdi yöntemiyle girdi komutunun sistemin parametrelerindeki değişimine karşı gürbüzlüğünün arttığı görülmüştür. Bu çalışma, çok serbestlik dereceli sistemleri kapsayacak şekilde geliştirilebilir.

7. KAYNAKLAR

1. Brogliato, B., Rey, D., Pastore, A., Barnier, J., "Experimental Comparison of Nonlinear Controllers for Flexible Joint Manipulators", *The International Journal of Robotics Research*, 17(3), 1998, 260-281.
2. Massoud, A.T., ElMaraghy H.A., "Model-Based Motion and Force Control for Flexible-Joint Robot Manipulators", *The International Journal of Robotics Research*, 16(4), 1997, 529-544.
3. Spong, M.W., "Modelling and Control of Control of Elastic Joint Robots", *Transaction of the ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 109, 1987, 310-319.
4. Aspinwall, D.M., "Acceleration Profiles for Minimizing Residual Response", *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 102, 1980, 3-6.
5. Meckl, P.H., Seering, W.P., "Experimental Evaluation of Shaped Inputs to reduce Vibration for a Cartesian Robot", *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 112, 1990, 159-165.
6. Sahinkaya, M.N., "Input Shaping for Vibration-Free Positioning of flexible Systems", *Proc. Instn. Mech. Engrs.*, 215(I), 2001, 467-481.
7. Cucciuo, A., Garziera, R., Righettini, P., "Vibration Control Input-Laws in Point-to-Point Motion: Theory and Experiments", *Mechanisms and Machine Theory*, 33(4), 1998, 341-349.
8. Mimmi, G., Pennacchi, P., "Pre-shaping Motion Input for a Rotating Flexible Link", *International Journal of Solids and Structures*, 38, 2001, 2009-2023.
9. Alici, G., Kapucu, S., Bayseç, S., "Swing-Free Transportation of Suspended Objects with Robot Manipulators", *Robotica*, 17, 1999, 513-521.
10. Singer, N.C., Seering, W.P., "Preshaping Command Inputs to Reduce System Vibration", *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 112, 1990, 76-82.
11. Murphy, B.R., Watanable, I., "Digital Shaping Filters for Reducing Machine Vibration", *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 8(2), 1992, 285-289.
12. Singhose, W., Porter, L., Kenison, M., Kriikku, E., "Effects of Hoisting on the Input Shaping Control of Gantry Cranes", *Control Engineering Practice, A Journal of IFAC*, 8, 2000, 1159-1165.
13. Terashima, K., Yano, K., "Sloshing Analysis and Suppression Control of Tilting-Type Automatic Pouring Machine", *Control Engineering Practice, A Journal of IFAC*, 9, 2001, 607-620.
14. Chang, P.H., Park, J., "A Concurrent Design of Input Shaping Technique and a Robust Control for High-Speed/High-Precision Control of a Chip Mounter", *Control Engineering Practice, A Journal of IFAC*, 9, 1279-1285.
15. Singhose, W.E., Seering, W.P., and Singer, N.C., "Improving Repeatability of Coordinate Measuring Machines with Shaped Command Signals", *Precision Engineering*, 18, 1996, 138-146.
16. Alici, G., Kapucu, S., Bayseç, S., "On Preshaped Reference Inputs to Reduce Swing of Suspended Objects Transported with Robot Manipulators", *Mechatronics*, 10, 2000, 609- 626.
17. Steidel Jr, F. R., *An Introduction to Mechanical Vibrations*, John Wiley & Sons, Inc., 1980.
18. Kapucu, S., Alici, G. and Bayseç, S., "Residual swing/vibration reduction using a hybrid input shaping method", *Mechanism and Machine Theory*, 36, 2001, 311-326.